

ІНЖЕНЕРНА ТА КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА

У 2-Х ЧАСТИНАХ

ЧАСТИНА 1

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

МІНІСТЕРСТВО ОХОРОНИ ЗДОРОВ'Я УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ФАРМАЦЕВТИЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

О. С. Кухтенко, Є. А. Безрукавий, Д. С. Пуляєв

ІНЖЕНЕРНА ТА КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА

У 2-х частинах

ЧАСТИНА 1

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

Самостійне електронне навчальне видання

Харків
НФаУ
2026

УДК 004.92 (075.8)

К 88

Рецензенти:

О. В. Єфименко, кандидат технічних наук, професор, декан механічного факультету Харківського національного автомобільно-дорожнього університету «ХНАДУ»;

Д. Ю. Дейнека, директор фармацевтичного підприємства ТОВ «ЛЕКХІМ-ОБУХІВ»

Рекомендовано

*вченою радою Національного фармацевтичного університету
(протокол № 1 від 30.01.2025 р.)*

Кухтенко О. С. та ін.

К 88 Інженерна та комп'ютерна графіка. У 2-х частинах. Ч. 1 : навч. посіб. / О. С. Кухтенко, Є. А. Безрукавий, Д. С. Пуляєв. – Самост. електрон. навч. вид. – Харків : НФаУ, 2026. – 92 с. (5,0 авт. арк.)

ISBN 978–966–615–641–2 (PDF)

У навчальному посібнику розглянуто основні теоретичні положення нарисної геометрії та наведено методичні матеріали, які дають змогу сформувати у здобувачів вищої освіти навички графічного відображення просторових об'єктів.

Призначено для здобувачів вищої освіти спеціальності 226 Фармація, промислова фармація та 162 Біотехнології та біоінженерія з метою вивчення освітнього компонента «Інженерна та комп'ютерна графіка».

УДК 004.92 (075.8)

© Кухтенко О. С., Безрукавий Є. А.,
Пуляєв Д. С., 2026

© НФаУ, 2026

ISBN 978–966–615–641–2 (PDF)

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

У посібнику використані такі прийоми акцентування уваги:

- **Найбільш значущі формулювання виділені жирним шрифтом.**
- Слова, що виділяються, та словосполучення показані *курсивом*.
- Другорядні та уточнювальні фрагменти набрані дрібним шрифтом.

У тексті може зустрічатися поєднання перерахованих прийомів.

Основні геометричні об'єкти ідентифікуються таким чином (система позначення відповідає одній із застосовуваних у спеціальній літературі):

Площини проєкцій	π_1, π_2, π_3
Осі координат	x, y, z
Точки (великі літери або цифри)	$A, B, 1, 2$
Проекції точок на площині проєкцій (π_1, π_2, π_3)	A_1, A_2, A_3
Проекції точок на осі координат (x, y, z)	A_x, A_y, A_z
Лінії	a, b, c
Проекції ліній	a_1, a_2, a_3
Кути	α, β, γ
Реально наявні лінії	<i>товсті суцільні</i>
Реально наявні, але невидимі лінії	<i>штрихові</i>
Допоміжні лінії	<i>тонкі суцільні</i>
Вісь симетрії	<i>штрих-пунктирні</i>
Ключові точки побудови	<i>виділені кружками</i>

ВСТУП

Навчальний посібник розроблено для здобувачів вищої освіти спеціальностей 226 Фармація, промислова фармація і 162 Біотехнології та біоінженерія Національного фармацевтичного університету.

Предметом нарисної геометрії є наукове розроблення, обґрунтування, теоретичне і практичне вивчення методів графічної побудови зображень просторових форм на площині, а також графічних способів розв'язування різноманітних позиційних і метричних задач.

Головною метою цього посібника є формування та розвиток у здобувачів вищої освіти ключових компетентностей, зокрема:

- освоєння способів і правил побудови зображень просторових форм на площині;
- створення просторових образів об'єктів на основі логічного аналізу їхніх зображень, що сприяє розвитку просторового мислення;
- оволодіння методами та алгоритмами графічних дій для розв'язання різноманітних практичних метричних і позиційних задач на площині;
- здобуття навичок застосування методів та понять нарисної геометрії для розв'язання задач геометричного конструювання.

Нарисна геометрія охоплює широкий спектр методів і прийомів, спрямованих на відображення тривимірних об'єктів на площині. Вона є основою для інженерної графіки та надає знання, які можуть бути застосовані в різних галузях, включаючи створення технічних креслень, розроблення програмного забезпечення для САД, а також аналіз просторових структур у наукових дослідженнях. Ці методи є важливими для розуміння та проєктування складних систем і процесів у фармацевтичній та біотехнологічній галузях.

Виконання креслень і розв'язання різних практичних технічних задач у комп'ютерних графічних системах можливе лише завдяки знанням нарисної геометрії, адже програмне забезпечення базується на теоретичних засадах, поняттях і методах розв'язання геометричних задач, які вивчаються лише в нарисній геометрії.

Для полегшення розуміння навчального матеріалу в посібнику використано прості, інтуїтивно зрозумілі креслення, чіткі позначення та практичні завдання, які поступово ускладнюються. Це сприяє поступовому та систематичному засвоєнню інформації, забезпечуючи розуміння основних понять і принципів. Крім того, наявність практичних завдань дозволяє здобувачам вищої освіти не лише закріпити теоретичні знання, а й застосувати їх на практиці, що особливо важливо для розвитку професійних навичок.

Видання спрямовано на розвиток аналітичного мислення, просторової уяви та здатності до самостійного розв'язання складних технічних задач у здобувачів вищої освіти, що є ключовими компетентностями для успішної кар'єри в сучасному професійному середовищі.

1. ЗНАЧЕННЯ ІНЖЕНЕРНОЇ ТА КОМП'ЮТЕРНОЇ ГРАФІКИ В РОБОТІ МАЙБУТНЬОГО ІНЖЕНЕРА

1.1. ІНЖЕНЕРНА ТА КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА У ФАРМАЦІЇ ТА БІОТЕХНОЛОГІЇ

Інженерна та комп'ютерна графіка – це важливий інструмент у фармацевтичній, біотехнологічній промисловості, оскільки вона забезпечує ефективну комунікацію між різними фахівцями, які працюють над проєктуванням, виготовленням і вдосконаленням фармацевтичного та біотехнологічного обладнання, технологій і процесів. Її застосування охоплює широкий спектр завдань, від проєктування виробничих ліній до контролю якості готових лікарських засобів, дієтичних добавок, біотехнологічної та косметичної продукції.

1.1.1. Проєктування фармацевтичного і біотехнологічного обладнання

Має важливе значення в роботі підприємства, що спеціалізується на розробці, виробництві, аналізі готових лікарських засобів, дієтичних добавок, біотехнологічної та косметичної продукції. До основних питань проєктування можна віднести:

Розроблення обладнання для екстракції, сушіння, гранулювання, таблетування: інженерна графіка використовується для створення креслень і 3D-моделей, які є основою для виробництва складного технологічного обладнання;

Оптимізацію конструкцій: завдяки графічним методам фахівці можуть моделювати різні варіанти обладнання, оцінювати їхню ефективність і вносити зміни для поліпшення технологічних процесів;

Створення індивідуальних рішень: на основі інженерної графіки розробляють обладнання, адаптоване до специфічних фармацевтичних та біотехнологічних процесів, наприклад, для роботи з термолабільними речовинами.

1.1.2. Проєктування технологічних процесів

Схеми виробничих ліній: інженерна графіка дозволяє створювати детальні схеми технологічних ліній (від отримання сировини до пакування готового продукту).

Розробка компоновки виробництва: за допомогою креслень визначають розміщення обладнання, маршрути транспортування сировини та готової продукції, зону обслуговування тощо.

Врахування санітарних норм: завдяки інженерній графіці можна розробляти схеми виробничих приміщень із дотриманням норм GMP (Good Manufacturing Practice).

1.1.3. Впровадження інноваційних технологій

3D-моделювання: інженерна графіка дозволяє створювати тривимірні моделі нових лікарських форм, упакування, а також моделювати процеси, наприклад, потік рідин або сипких матеріалів.

Симуляція процесів: використовуючи графічні методи, можна віртуально протестувати нові технологічні підходи без потреби в дорогих експериментах.

Вдосконалення наявних технологій: знання інженерної та комп'ютерної графіки допомагає аналізувати наявні процеси, визначати їхні слабкі місця та пропонувати застосування оптимальних і ефективних інженерних рішень.

1.1.4. Виробництво упакування та маркування

Дизайн упакування: інженерна графіка застосовується для створення креслень і макетів упакування, що відповідають вимогам фармацевтичної продукції (герметичність, захист від світла, простота використання).

Маркувальне обладнання: проектування систем для нанесення маркування (штрих-коди, серійні номери) вимагає детального графічного опрацювання.

1.1.5. Контроль якості

Візуалізація дефектів: інженерна графіка допомагає у створенні схем і зображень для аналізу дефектів продукції, наприклад, нерівномірності покриття таблеток чи проблем у гранулюванні.

Креслення для стандартизації: у фармацевтичній і біотехнологічній промисловості, де актуальною є робота за визначеними стандартами та настановами, важливо мати стандартизовані креслення для контролю розмірів, форм і властивостей продуктів.

1.1.6. Підготовка документації

Інженерні креслення: всі технічні проекти, що стосуються обладнання та приміщень, вимагають детальних креслень для затвердження відповідними органами.

Технічна підтримка: знання інженерної та комп'ютерної графіки дозволяє фахівцям готувати документацію, необхідну для обслуговування обладнання.

1.1.7. Дотримання регуляторних вимог

Вимоги GMP: проєктування виробничих приміщень та обладнання згідно з нормами GMP значною мірою базується на кресленнях і схемах.

Екологічні стандарти: інженерна графіка допомагає проєктувати системи утилізації та очищення відповідно до сучасних екологічних вимог.

1.1.8. Освіта та навчання фахівців

Вивчення технічних процесів: знання інженерної графіки допомагає фахівцям зрозуміти принципи роботи фармацевтичного і біотехнологічного обладнання та виробничих систем.

Комунікація між фахівцями: використання графічних схем забезпечує спільну мову для інженерів, технологів і безпосередніх учасників виробничого процесу.

Інженерна та комп'ютерна графіка є невід'ємною складовою фармацевтичної і біотехнологічної промисловості. Вона дозволяє проєктувати обладнання, удосконалювати технологічні процеси, забезпечувати відповідність виробництва сучасним стандартам, а також полегшує комунікацію між фахівцями різних спеціальностей. Удосконалення графічних технологій, таких як 3D-моделювання та симуляція, ще більше підвищує її значення у розвитку фармацевтичної і біотехнологічної промисловості.

1.2. ЩО ОБРАТИ – КОМП'ЮТЕРНУ ПРОГРАМУ ЧИ ВАТМАН?

Креслення олівцем і використання комп'ютерних програм для графіки є двома важливими підходами в технічному проєктуванні. Хоча сучасні комп'ютерні програми значно спрощують процес створення графічної документації, методи ручного креслення олівцем залишаються основою для розуміння фундаментальних принципів інженерної графіки. Їхні взаємозв'язки відображаються у способах мислення, підходах до вирішення задач та у структурі навчання технічних спеціалістів.

1.2.1. Спільні риси використання інженерної та комп'ютерної графіки

Обидва підходи мають багато спільного, оскільки комп'ютерні програми базуються на правилах, що історично склалися в ручній графіці:

Вивчення основних принципів графіки:

- І комп'ютерне креслення, і ручне базуються на тих самих стандартах: проєкційне креслення, побудова виглядів, розрізів і перерізів, стандартизація позначень.
- Знання, отримані під час навчання ручного креслення, безпосередньо використовуються у роботі з комп'ютерними програмами.

Використання однакових методів:

- І в ручній графіці, і в комп'ютерних програмах застосовуються схожі етапи: підготовка ескізу, деталізація, нанесення розмірів і оформлення креслення.
- Комп'ютерна графіка лише автоматизує багато з процесів побудови креслення.

Візуалізація просторових об'єктів:

- І ручне креслення, і комп'ютерна графіка допомагають уявити тривимірний об'єкт на площині.

1.2.2. Відмінності між інженерною та комп'ютерною графікою

Попри спільну основу комп'ютерні програми значно розширюють можливості, але вимагають попереднього розуміння принципів ручного креслення.

Швидкість та ефективність

Ручне креслення: вимагає більше часу через необхідність ретельної побудови кожної лінії та вигляду.

Комп'ютерні програми: автоматизують процеси, наприклад, створення проєкцій, масштабування, зміна розмірів об'єкта.

Точність побудови

Ручне креслення: може містити неточності через людський фактор, такі як помилки в нанесенні розмірів або відхилення від масштабу.

Комп'ютерні програми: забезпечують високу точність завдяки автоматичному обчисленню координат і розмірів.

Просторове моделювання

Ручне креслення: орієнтоване на побудову двовимірних проєкцій, що потребує від виконавця просторового мислення для уявлення об'єкта.

Комп'ютерні програми: дозволяють створювати тривимірні моделі, автоматично генеруючи двовимірні креслення з цих моделей.

Редагування

Ручне креслення: вимагає значних зусиль для внесення змін, особливо у великих кресленнях.

Комп'ютерні програми: зміни можуть бути виконані швидко за допомогою інструментів редагування.

Автоматизація та аналіз

Ручне креслення: аналіз об'єкта, наприклад, розрахунок площі, маси або моменту інерції, виконується вручну.

Комп'ютерні програми: містять вбудовані інструменти для автоматичного аналізу геометричних параметрів.

1.2.3. Взаємозв'язок між ручним кресленням і комп'ютерними програмами

Основи технічного мислення

- Навчання креслення олівцем формує розуміння базових принципів побудови графіки, які потім легко адаптуються до роботи в комп'ютерних програмах.
- Ручне креслення розвиває уяву, вміння читати і створювати креслення, що є базою для освоєння CAD-програм (AutoCAD, SolidWorks, Fusion 360 тощо).

Розв'язання нестандартних задач

- Під час ручного креслення фахівець змушений самостійно вирішувати нестандартні ситуації, наприклад, створювати нестандартні проекції або перерізи.
- У комп'ютерних програмах ці навички застосовуються для налаштування параметрів та інструментів для розв'язання подібних задач.

Переходи між методами

- Іноді креслення починається з ескізу, зробленого олівцем, який потім переноситься в CAD-програму для деталізації.
- Навички ручного креслення важливі для роботи з програмами, які вимагають побудови ескізів перед моделюванням (наприклад, у SolidWorks чи AutoCAD).

1.2.4. Сучасні тенденції в роботі інженера та розробника

Інтеграція методів

- Сучасні освітні програми містять як ручне креслення, так і освоєння CAD-програм, оскільки ці методи взаємодоповнюють один одного.

Розширення функцій CAD

- Комп'ютерні програми поступово адаптуються до стилю ручного креслення, наприклад, забезпечуючи функції автоматичної генерації ескізів або тривимірного малювання.

Поступове витіснення ручного креслення

- У промисловості все частіше використовуються виключно комп'ютерні технології через їхню ефективність, але базові знання ручного креслення залишаються важливими для розуміння основ технічної графіки.

Ручне креслення та комп'ютерна графіка тісно пов'язані, адже обидва методи базуються на загальних принципах побудови технічної графіки. Знання ручного креслення створює фундамент для освоєння комп'ютерних програм, а сучасні технології розширюють можливості, спрощують процеси та підвищують точність. Інженери та технічні спеціалісти, які володіють обома методами, здатні адаптуватися до будь-яких умов, що забезпечує їхню ефективну роботу в сучасній технічній сфері.

1.3. ОСНОВНІ КОМП'ЮТЕРНІ ПРОГРАМИ (ЗАСТОСУНКИ), ЩО ВИКОРИСТОВУЮТЬСЯ В ІНЖЕНЕРНІЙ ГРАФІЦІ

У сучасній інженерній практиці комп'ютерні програми для графіки є важливими інструментами для проєктування, аналізу та підготовки документації. Вони охоплюють широкий спектр задач, включаючи 2D-креслення, 3D-моделювання, симуляцію процесів та підготовку віртуальних прототипів. Розглянемо основні програми, що використовуються в інженерній графіці, їхні переваги та недоліки.

AutoCAD



AutoCAD – одна з найпопулярніших програм для 2D-креслення та 3D-моделювання, розроблена компанією «Autodesk».

AutoCAD – дво- і тривимірна система автоматизованого проєктування і креслення. Перша версія була випущена в 1982 році. AutoCAD і спеціалізовані додатки на його основі знайшли широке застосування в машинобудуванні, будівництві, архітектурі та інших галузях промисловості. Вперше випущений в грудні 1982 року AutoCAD був однією з перших програм САПР для роботи на персональних комп'ютерах, зокрема IBM PC. Одночасно більшість інших CAD-програм працювали на великих ЕОМ.

Використовується в машинобудуванні, архітектурі, будівництві та інших галузях.

Переваги програми AutoCAD:

- Потужні інструменти для створення 2D-креслень.
- Можливість роботи з 3D-моделями.
- Гнучкі функції для автоматизації завдань (шаблони, макроси).
- Широка підтримка формату DWG, який є стандартом у галузі.
- Інтеграція з іншими продуктами Autodesk.

Недоліки програми AutoCAD:

- Більш обмежені функції 3D-моделювання порівняно зі спеціалізованими програмами.

SolidWorks



SolidWorks – це потужний інструмент для 3D-моделювання, розроблений компанією «Dassault Systèmes». Основна спеціалізація – створення механічних конструкцій та систем.

Рішення SolidWorks дозволяють втілити будь-які ідеї, надаючи розширені можливості, від механічного та промислового проєктування та моделювання і до спільної роботи в режимі реального часу і таких технологій нового покоління, як штучний інтелект та генеративне проєктування.

Усі інструменти SolidWorks для проєктування містять хмарні функції для спільної роботи в 3D-середовищі, рецензування, зберігання даних, перевірки проєктів, управління даними, а також рішення для спільної роботи, які допоможуть вам визначити пріоритетність проєкту з будь-якої точки світу.

Переваги програми SolidWorks:

- Простий інтерфейс, зручний для новачків.
- Потужний набір інструментів для створення параметричних 3D-моделей.
- Інтегровані функції симуляції (CAE) для аналізу напружень, теплопровідності та інших фізичних характеристик.
- Можливість створення креслень на основі 3D-моделей.
- Висока швидкість роботи з простими та середніми проєктами.

Недоліки програми SolidWorks:

- Значні системні вимоги до комп'ютера.
- Обмеження в роботі зі складними моделями з великою кількістю компонентів.
- Відсутність підтримки MacOS.

Fusion 360



Fusion 360 – це універсальний інструмент для 3D-моделювання, симуляції та виготовлення, також розроблений «Autodesk». Програма поєднує функції автоматизованого проєктування (CAD), автоматизованого виробництва (CAM) та автоматизованої інженерії (CAE) і проєктування друкованих плат (PCB). Програмне забезпечення

доступне на операційних системах Windows і MacOS, а також у вигляді спрощених програм на Android і IOS.

Переваги програми Fusion 360:

- Хмарне зберігання проєктів і спільна робота в реальному часі.
- Інструменти для моделювання, симуляції та генеративного дизайну.
- Інтеграція з виробничими процесами (CAM).
- Доступніша ціна порівняно з іншими продуктами Autodesk.

Недоліки програми Fusion 360:

- Залежність від інтернет-з'єднання через хмарну архітектуру.
- Обмежені можливості для роботи з великими проєктами.
- Вузький набір інструментів для 2D-креслення.

CATIA



CATIA – це високорівнева програма для 3D-моделювання та симуляції, розроблена компанією «Dassault Systèmes». Використовується у таких складних галузях, таких як авіабудування та автомобільна промисловість.

Зараз у світі використовуються дві версії – V4 та V5, які значно відрізняються. CATIA V4 була анонсована в 1993 році і створювалася для Unix -подібних операційних систем, CATIA V5 була анонсована в 1998 році і це перша з версій, яка може працювати під керуванням Microsoft Windows. За словами Dassault Systèmes, CATIA V5 втілила у собі передові технології САПР (автоматизованого проєктування) кінця XX століття – початку XXI століття.

Переваги програми CATIA:

- Потужні функції для роботи з поверхневим і твердотільним моделюванням.
- Інструменти для багатокомпонентного дизайну та інтеграції з виробництвом.
- Застосування в інженерії високого рівня (наприклад, проєктування високотехнологічного обладнання, літаків).
- Інтеграція з іншими продуктами Dassault Systèmes.

Недоліки програми CATIA:

- Дуже висока вартість ліцензії.
- Складний інтерфейс і крива навчання.
- Потребує потужного обладнання.

Siemens NX



Siemens NX (раніше «Unigraphics») – це потужна платформа для CAD/CAM/CAE, яка використовується в інженерії, виробництві та аналізі. Система використовує ядро геометричного моделювання *Parasolid*. Уперше представлена аудиторії в 1973 році.

Конструкторські програми NX містять широкий набір інструментів для проєктування деталей і вузлів, створення індивідуальних конструктивних елементів, розробки листових конструкцій, моделювання простих і складних поверхонь, проєктування трубопроводів, електричних джгутів, друкованих плат, а також моделювання людини. Крім того, програма надає можливості для створення пресформ і штамів.

Переваги програми Siemens NX:

- Висока точність у моделюванні складних об'єктів.
- Широкий набір інструментів для аналізу, симуляції та виробництва.
- Інтеграція з іншими системами Siemens.
- Підходить для великих виробничих проєктів.

Недоліки програми Siemens NX:

- Складний інтерфейс, який потребує значного часу для освоєння.
- Значні системні вимоги.

Tinkercad



Tinkercad – це проста у використанні вебпрограма для 3D-моделювання, розроблена Autodesk. Використовується для навчання та створення базових моделей.

Переваги програми Tinkercad:

- Легкість у використанні, ідеально підходить для новачків.
- Безкоштовний доступ.
- Підходить для простих проєктів і початкового навчання.

Недоліки програми Tinkercad:

- Обмежені можливості для створення складних моделей.
- Відсутність функцій для професійного аналізу або симуляції.

CorelDRAW



CorelDRAW – це популярна програма для створення графіки, яка також використовується в технічному кресленні (розроблений канадською корпорацією «Corel»). Найчастіше застосовується для 2D-графіки та проектування деталей.

Переваги програми CorelDRAW:

- Простий інтерфейс для створення 2D-графіки.
- Інструменти для роботи з векторними зображеннями.
- Широкий набір функцій для створення технічної документації.

Недоліки програми CorelDRAW:

- Немає потужних інструментів для 3D-моделювання.
- Обмежена точність порівняно з CAD-програмами.

OpenSCAD



OpenSCAD – це програмне забезпечення з відкритим вихідним кодом для створення 3D-моделей за допомогою програмування.

OpenSCAD – це програмне забезпечення для створення суцільних 3D-моделей CAD. Це безкоштовне програмне забезпечення, доступне для Linux/UNIX, Windows і Mac OS X. На відміну від більшості безкоштовних програм для створення 3D-моделей, воно зосереджується не на художніх аспектах 3D-моделювання, а на аспектах CAD. Тобто ця програма підійде для створення 3D-моделі деталей машин. Водночас ця програма не зовсім доречна для створення комп'ютерних анімаційних фільмів.

OpenSCAD не є інтерактивним моделювальником. Натомість програма виконує роль зразка 3D-компілятора, який читає файл сценарію, який описує об'єкт, і візуалізує 3D-модель із цього файлу сценарію. Це дає вам (як дизайнеру) повний контроль над процесом моделювання та дозволяє легко змінювати будь-який крок у процесі моделювання або створювати проекти, які визначаються налаштовуваними параметрами.

Переваги програми OpenSCAD:

- Безкоштовний доступ.
- Висока точність моделей через використання скриптів.
- Підходить для програмістів та інженерів, які звикли до параметричного проектування.

Недоліки програми OpenSCAD:

- Стрімка крива навчання для тих, хто не знайомий із програмуванням.
- Обмежені функції для графічного моделювання.

Різні програми для інженерної графіки відповідають конкретним потребам і завданням у технічному проєктуванні. Наприклад, **AutoCAD** і **SolidWorks** ідеально підходять для 2D-креслення та 3D-моделювання у промислових процесах, тоді як **CATIA** та **Siemens NX** використовуються для складних завдань у високотехнологічних галузях. Для навчання чи простих завдань оптимальними є **Tinkercad** та **OpenSCAD**.

Вибір програмного забезпечення залежить від складності проєкту, бюджету, досвіду користувача та вимог конкретної галузі.

1.4. ІНЖЕНЕРНА ТА КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА — ПЕРЕДУМОВИ ДЛЯ МАЙБУТНЬОГО РОЗВИТКУ І НОВИХ ЗНАНЬ

Інженерна та комп'ютерна графіка є фундаментальним освітнім компонентом для технічних спеціалістів, які займаються проєктуванням, розробленням та вдосконаленням обладнання. Ця освітня компонента формує базу для розуміння тривимірних об'єктів, аналізу їхньої конструкції та забезпечення технологічності у виробництві.

1.4.1. Інженерна графіка як основа для проєктування

Інженерна графіка забезпечує розуміння правил і принципів створення креслень, схем та графічної документації, що є основою для проєктування технічних систем.

Стандартизація та універсальність:

- Інженерна графіка дозволяє створювати креслення за єдиними стандартами (ISO, ДСТУ, ГОСТ), зрозумілими у будь-якій країні світу.
- Креслення є «мовою» інженерів, яка забезпечує зрозумілу комунікацію між фахівцями різних сфер: проєктувальниками, технологами, виробниками.

Візуалізація тривимірних об'єктів:

- Завдяки знанням інженерної графіки фахівці здатні відображати тривимірні об'єкти у вигляді двовимірних проєкцій.
- Це допомагає аналізувати взаємодію деталей у вузлах обладнання, їхні функціональні можливості та геометричну сумісність.

Основи для комп'ютерного моделювання:

- Навички ручного креслення є базою для освоєння таких програмних засобів, як AutoCAD, SolidWorks чи CATIA.
- Інженерна графіка допомагає зрозуміти, як створювати параметричні моделі, які є важливими для автоматизації проєктування.

1.4.2. Геометрія як фундамент для технологічності та конструювання

Геометрія формує уявлення про форми, просторові структури та принципи їхньої побудови, що є критичним для інженерів, які працюють з технологією виробництва.

Аналіз форми та пропорцій:

- Геометрія дає змогу проєктувати оптимальні форми деталей, які відповідають функціональним і технологічним вимогам.
- Знання геометричних властивостей об'єктів дозволяє оцінювати стійкість, симетрію, баланс та аеродинамічні характеристики.

Обчислення параметрів:

- Розрахунок площі, об'єму, центру мас і моментів інерції забезпечує коректне розроблення деталей та механізмів.
- Геометричні методи дозволяють визначати допустимі відхилення, необхідні для точного виготовлення деталей.

Просторове мислення:

- Геометрія розвиває здатність інженера уявляти взаємодію деталей у просторі.
- Це критично для аналізу кінематики та динаміки механізмів.

1.4.3. Проєктування та технологічність

Інженерна графіка та геометрія безпосередньо впливають на технологічність об'єктів, що проєктуються.

Вибір матеріалів та методів оброблення:

- На основі креслень визначається, які технології та матеріали потрібні для виготовлення обладнання.
- Геометричний аналіз допомагає оцінити, чи можливо виготовити деталі заданої форми наявними методами (лиття, фрезерування, 3D-друк тощо).

Оптимізація виробничих процесів:

- Знання графіки дозволяє створювати деталі, які легко збираються, обробляються і транспортуються.
- Геометричні методи допомагають мінімізувати відходи матеріалів та енергетичні витрати у процесі виробництва.

Аналіз стикових з'єднань:

- Проєктування вузлів і агрегатів вимагає точного розрахунку взаємного положення деталей. Це досягається завдяки графічним методам, які дозволяють оцінити сумісність елементів та їхню функціональність у складі обладнання.

1.4.4. Конструювання та розроблення обладнання

Знання інженерної графіки та геометрії є основою для конструювання складного обладнання в таких галузях, як фармація, біотехнологія, машинобудування, хімічна промисловість тощо.

Проектування складних механізмів:

- Інженерна графіка дозволяє створювати креслення, які враховують усі елементи механізму: вали, підшипники, шестерні, корпусні деталі тощо.
- Геометричний аналіз забезпечує правильність збирання та функціонування механізмів.

Забезпечення ергономіки:

- Знання графіки та геометрії допомагає оптимізувати обладнання для зручності використання операторами.
- Геометричні пропорції враховуються у проектуванні елементів управління, моніторів та кнопок.

Надійність та довговічність:

- Правильно побудовані креслення дозволяють оцінити вплив навантажень і деформацій на обладнання.
- Геометрія допомагає визначити, як форми деталей впливають на їхню міцність і стійкість до зношування.

1.4.5. Вплив на навчання майбутніх інженерів

Інженерна графіка та геометрія є базовими освітніми компонентами у навчанні інженерів, формуючи фундаментальні компетенції для роботи в технічних галузях:

Ручне креслення: розвиває розуміння основних принципів графічного зображення.

Використання CAD-систем: ґрунтується на знаннях геометрії та графіки для роботи з програмами проектування (AutoCAD, SolidWorks, CATIA тощо).

Розв'язання інженерних задач: геометрія забезпечує математичну основу для аналізу і вдосконалення технічних об'єктів.

Інженерна графіка та геометрія є невід'ємною складовою інженерної діяльності. Вони забезпечують технічну базу для створення креслень, розроблення тривимірних моделей, аналізу механізмів та побудови обладнання. Ці освітні компоненти формують критичне мислення, просторову уяву та навички точного проектування, що необхідні для забезпечення технологічності, ефективності та надійності будь-якого технічного продукту.

2. ПРОЄКЦІЙНИЙ МЕТОД

Нарисна геометрія є фундаментальною складовою, що відіграє важливу роль у формуванні базових навичок інженерів і архітекторів. Вона складає основу для розуміння просторових форм і їхнього відображення на площині, що є необхідним для проєктування і конструювання різноманітних технічних об'єктів. Нарисна геометрія вивчає основні правила та методи перетворення тривимірних об'єктів на двовимірні зображення, що дозволяє точно передавати форму, розміри та положення об'єктів у просторі.

Основою нарисної геометрії є метод проєкцій, або проєкційний метод, до якого входять різні техніки проєціювання просторових фігур на площину. Цей метод дозволяє створювати точні креслення, які використовуються для виготовлення деталей, будівництва споруд та інших інженерних рішень.

2.1. ОСНОВНИЙ ПРИНЦИП МЕТОДУ ПРОЄКЦІЙ

Основний принцип методу проєкцій полягає в тому, щоб відобразити тривимірний об'єкт на площині за допомогою ліній, які проєктують точки цього об'єкта. Це дозволяє створювати двовимірні зображення, що точно відображають форму та пропорції об'єкта в просторі.

Метод проєкцій містить різні типи проєкцій, такі як ортогональні, перспективні та аксонометричні. Ортогональна проєкція використовується для отримання видів об'єкта з різних боків (наприклад, вид спереду, зверху, збоку), де проєкційні лінії перпендикулярні до площини проєкції. Перспективна проєкція дозволяє передати глибину та реалістичність об'єкта, наближаючи його до сприйняття людським оком, де віддалені частини об'єкта здаються меншими. Аксонометрична проєкція використовується для створення наочних зображень, де об'єкт зображується під певним кутом до площини проєкції, дозволяючи побачити його одночасно з декількох боків.

Проєкційний метод є основою для створення креслень, що застосовуються у різних галузях, він дозволяє точно передавати інформацію про форму, розміри та взаємне розташування елементів конструкції.

Розглянемо метод проєкцій на такому прикладі. Припустимо, що у звичному нам тривимірному просторі на деякій відстані один від одного зафіксовані площина π , об'єкт, що нас цікавить AB і допоміжна точка S (рис. 2.1).

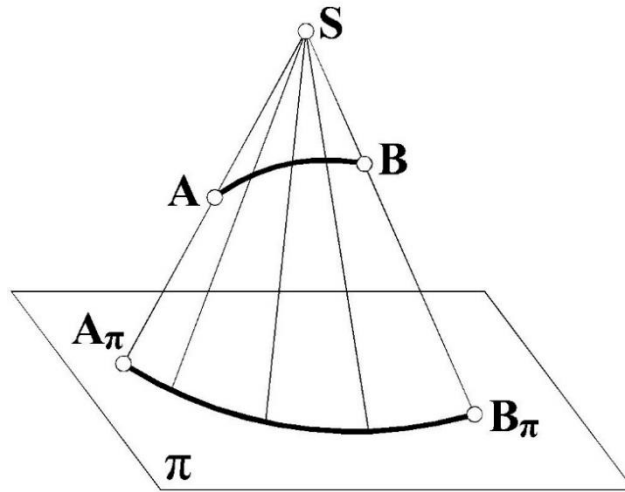


Рис. 2.1. Елементи центрального проєкціювання

Проведемо з точки S через кожну точку об'єкта прямі промені до перетину з наміченою площиною. Знайдені точки перетину позначимо літерами з індексом (буква вказує на точку, через яку промінь проведено, а індекс – на площину, з якою відбувся перетин). Отримана безліч «слідів», які залишили промені на площині, зливається у зображення, яке створює *образ* об'єкта, що нас цікавить. Відповідно до цього зображення може бути відновлена інформація про самий об'єкт. Зауважимо, що інформація ця неповна – реальний об'єкт *тривимірний*, а його образ *двовимірний*, тобто відомості про одну координату на зображенні виявляються втраченими. Водночас, якщо ми повторимо описану процедуру ще раз, повернувши точку S та площину π навколо досліджуваного об'єкта (тобто подивимось на нього під іншим ракурсом), то отримаємо ще одне зображення, на якому втрачена координата буде присутня. Таким чином, не використовуючи нових ідей, а тільки дублюючи вже знайомі нам операції, можна відновити відсутню інформацію і скласти повне уявлення про об'єкт. Розглянута процедура отримання двовимірних образів тривимірних об'єктів і складає основу *проєкційного методу*.

2.2. Ключові поняття

Під час обговорення проєкційного методу зазвичай використовують такі терміни:

- *полюс (або центр) проєкціювання* (т. S на рисунку) є ключовим елементом у методі проєкцій, який визначає, як саме тривимірний об'єкт буде відображатися на площині. Полюсом проєкціювання називають точку, з якої виходять проєкційні лінії, що перетинають просторовий об'єкт і проєктують його точки на задану площину. У випадку центральної проєкції полюс проєкціювання розташовується на певній

відстані від об'єкта, і всі проєкційні лінії сходяться до цієї точки, створюючи зображення, яке передає перспективу та глибину об'єкта. Наприклад, якщо полюс розташований на значній відстані, зображення буде виглядати більш плоским, тоді як за наближення полюса об'єкт буде відображений з більш вираженою перспективою. Отже, полюс (центр) проєкціювання визначає характер і вигляд кінцевого зображення, відіграючи вирішальну роль у тому, як саме об'єкт буде сприйматися на двовимірній площині. Це поняття є фундаментальним у нарисній геометрії, оскільки від вибору полюса залежить точність і ефективність передачі просторових характеристик об'єкта;

- *проєкційні промені або проєкційні прямі (SA_π та ін.)* є невід'ємною частиною методу проєкцій. Вони являють собою уявні лінії, що з'єднують точки просторового об'єкта з полюсом (центром) проєкціювання. Ці промені перетинають площину проєкції, створюючи проєкцію кожної точки об'єкта на цій площині. Проєкційні промені можуть бути паралельними або сходитися в одній точці залежно від типу проєкції. У випадку ортогональної проєкції промені паралельні між собою і перпендикулярні до площини проєкції. Це забезпечує точне відображення об'єкта без спотворення пропорцій. Навпаки, у випадку центральної проєкції промені сходяться до полюса проєкціювання, що дозволяє передати глибину і перспективу об'єкта, але водночас призводить до певних спотворень, які відображають реальний спосіб сприйняття об'єктів людським оком. Тобто проєкційні промені (або проєкційні прямі) є основним засобом для перетворення тривимірних об'єктів на двовимірні зображення. Вони визначають, яким чином кожна точка об'єкта буде відображена на площині, і відіграють ключову роль у точності та вигляді кінцевого зображення;

- *досліджуваний об'єкт (AB)* називають оригіналом у контексті проєкційного методу. Оригінал є вихідною тривимірною фігурою або лінією, яка підлягає перетворенню в двовимірне зображення за допомогою проєкційних променів. Це об'єкт, який необхідно зобразити на площині, зберігаючи його основні геометричні характеристики, такі як форма, розміри та взаємне розташування елементів. У разі проведення проєкції оригінал (AB) розглядається як ключовий елемент, з якого проєкційними променями визначаються точки на площині проєкції. Цей процес дозволяє створити проєкцію, що зберігає всі необхідні геометричні властивості оригіналу, забезпечуючи точність і коректність зображення. Тобто оригінал є центральним об'єктом у процесі проєкціювання, навколо якого будується вся система проєкційних променів і який визначає вигляд та характеристики кінцевої проєкції на площині;

- *площина проєкцій* – площина, на якій будується зображення (іноді використовується поняття картинної площини). Це двовимірна поверхня, на яку проєкційні промені відображають точки оригіналу, створюючи проєкцію тривимірного об'єкта.

Площина проєкцій відіграє ключову роль у процесі проєкціювання, оскільки саме на ній формується кінцеве зображення, яке використовується для подальшого аналізу або виконання креслень. Картинна площина – це альтернативний термін, який часто застосовується в контексті перспективних проєкцій, де зображення має передавати глибину і перспективу об'єкта. У цьому випадку площина розташовується між оком спостерігача (або полюсом проєкціювання) та об'єктом, що дозволяє відтворити зображення так, як його бачить спостерігач. Тобто площина проєкцій є центральним елементом у методі проєкцій, на якій зображуються всі необхідні геометричні характеристики досліджуваного об'єкта. Це ключова поверхня, яка визначає, як саме буде виглядати двовимірне зображення тривимірного об'єкта після проєкціювання;

- *образ оригіналу* на цій площині ($A_{\pi}B_{\pi}$) називається *проєкцією оригіналу*. Це двовимірне зображення, яке отримують в результаті проєкціювання точок оригіналу (AB) на площину проєкцій за допомогою проєкційних променів. Проєкція оригіналу зберігає основні геометричні характеристики тривимірного об'єкта, такі як форма та розташування елементів, але відображається у спрощеному двовимірному вигляді. Проєкція ($A_{\pi}B_{\pi}$) є ключовим елементом у нарисній геометрії, оскільки вона дозволяє візуалізувати складні просторові об'єкти на площині, що значно полегшує процес їхнього аналізу, проєктування та конструювання. Цей процес є основою для створення креслень, які використовуються в різних галузях. Тобто проєкція оригіналу є результатом відображення просторового об'єкта на площині проєкцій, що дозволяє представити його у вигляді зрозумілого і точного двовимірного зображення.

2.3. ВЛАСТИВОСТІ ПРОЄКЦІЙНОГО МЕТОДУ

Проєкційний метод має такі основні *властивості* (передбачається, що полюс, оригінал та площина проєкцій зафіксовані один до одного):

- *оригінал має єдину проєкцію*. Це означає, що для будь-якого об'єкта, який розташований у просторі, його зображення на площині проєкції буде єдиним і неповторним. У нарисній геометрії ця властивість забезпечує те, що кожен об'єкт відображається в унікальний спосіб на площині проєкції. Інакше кажучи, кожен конкретний оригінал (об'єкт у тривимірному просторі) створює лише один унікальний образ на площині проєкцій (двовимірній площині) незалежно від напрямку погляду або розташування оригіналу. Ця властивість є критично важливою для точності в нарисній геометрії та в її застосуванні, наприклад, в архітектурних проєктах, інженерних кресленнях та комп'ютерній графіці. Вона забезпечує, що зображення, яке

ми отримуємо на площині проєкцій, точно відображає геометрію оригіналу, дозволяючи точну інтерпретацію та подальшу роботу з цими зображеннями;

- *одній проєкції може відповідати безліч оригіналів.* Це означає, що одне і те саме зображення на площині проєкції може бути отримано від різних об'єктів у тривимірному просторі. Ця властивість вказує на те, що проєкційний метод не завжди дозволяє однозначно визначити оригінал тільки за його проєкцією. Різні об'єкти можуть мати однакові проєкції на площині, якщо вони мають подібну форму, розмір або якщо їхнє розташування у просторі таке, що їхні проєкції збігаються. Наприклад, коли два різні об'єкти мають ідентичні форми і розміри, але розташовані в різних частинах простору, їхні проєкції на площині можуть бути однаковими. Це може статися, коли об'єкти мають подібну геометрію або коли один об'єкт частково перекриває інший з точки зору проєкції. Ця властивість є важливою для розуміння обмежень проєкційного методу. Вона підкреслює необхідність використання додаткових інформаційних засобів для точного відновлення тривимірної структури об'єкта. Ця властивість також відзначає важливість контексту і додаткових деталей для повного розуміння і інтерпретації проєкцій. Вона підкреслює, що проєкції самі по собі не завжди надають повну інформацію про тривимірний об'єкт і можуть вимагати додаткових даних для точного визначення;

- *якщо оригінал прямолінійний, то прямолінійна і його проєкція.* Це вказує на те, що якщо тривимірний об'єкт має пряму лінію як частину своєї геометрії, то проєкція цієї прямої лінії на площину проєкції також буде прямою. Ця властивість є основою у нарисній геометрії і дозволяє зберігати прямолінійні характеристики об'єктів при їхньому перенесенні на двовимірну площину. Це забезпечує простоту і точність у процесі створення технічних креслень і архітектурних планів, оскільки прямі лінії, які є частинами тривимірних об'єктів, відображаються як прямі лінії на кресленнях. Наприклад, якщо у вас є прямий стрижень або лінійний елемент у тривимірному просторі і ви створюєте його проєкцію на площину, проєкція цього стрижня також буде прямою лінією, а не кривою. Це дозволяє легко і точно відображати прямолінійні елементи без спотворення їхньої геометрії. Ця властивість є важливою, оскільки вона забезпечує однозначність і точність у представленні геометричних форм. Вона гарантує, що прямолінійні елементи в тривимірному просторі залишаються прямолінійними на проєкціях, що спрощує завдання з побудови й аналізу тривимірних моделей на основі їхніх двовимірних проєкцій. Тобто ця властивість проєкційного методу допомагає зберігати точність і зрозумілість у разі перетворення тривимірних об'єктів на двовимірні зображення, що є критично важливим для багатьох інженерних завдань.

2.4. Види ПРОЕКЦІЮВАННЯ

Залежно від того, яким чином розташовані полюс, оригінал і площина проєкцій відносно один одного, розрізняють кілька видів проєкціювання, кожен з яких має свої особливості та застосування.

Якщо полюс розташовується на певній відстані від площини проєкцій і є сконцентрованою точкою, проєкціювання називають центральним. На рис. 2.1 зображено саме такий випадок. Цей варіант проєкціювання має свою унікальну особливість: воно найбільш відповідне звичному для нас способу сприйняття тривимірного світу. За центрального проєкціювання виникають перспективні спотворення, коли відрізки однакової довжини, розташовані на різній відстані від картинної площини, мають проєкції різної довжини. Це викликано тим, що з віддаленням від площини проєкції зменшуються візуальні розміри об'єкта, що додає реалістичності зображенню і робить його схожим на те, як ми сприймаємо об'єкти в реальному житті. Однак недоліком цього методу є складність у визначенні справжніх розмірів оригіналу за його проєкцією, оскільки перспективні спотворення ускладнюють точну оцінку розмірів об'єкта. Через це в інженерній практиці цей варіант проєкціювання використовується рідше і більше характерний для художньої творчості, де реалістичність і візуальні ефекти мають велике значення.

Якщо полюс розосереджений і розташовується на нескінченній відстані від площини проєкцій, кут між проєкційними променями прагне до нуля, фактично вони стають паралельними. У результаті розміри проєкції не залежать від віддаленості оригіналу від площини проєкцій. Такий вид проєкціювання називають паралельним. У цьому випадку проєкція оригіналу зберігає свої розміри незалежно від того, наскільки далеко розташований оригінал від площини проєкцій. Переваги і недоліки паралельного проєкціювання є прямою протилежністю переваг і недоліків центрального проєкціювання. Зокрема, паралельне проєкціювання дозволяє легко зберігати точні пропорції і розміри об'єктів на проєкції, що є дуже корисним у технічних кресленнях. Тому в інженерній практиці, де точність і чіткість є критично важливими, саме цей варіант проєкціювання отримав найширше використання.

Залежно від кута нахилу проєкційних променів до картинної площини розрізняють косокутне та прямокутне проєкціювання. Водночас варто зазначити, що для центрального проєкціювання цей підрозділ є неможливим, оскільки всі проєкційні промені нахилені до картинної площини під різними кутами, що ускладнює аналіз проєкцій. Якщо кут нахилу променів відмінний від 90° , проєкціювання називають косокутним. У цьому випадку і форма, і розміри оригіналу можуть істотно спотворюватися, що ускладнює читання і точне розуміння креслень. Такий вид проєкціювання часто використовується для створення ефектних зображень, що дають змогу

побачити об'єкти під різними кутами, як наприклад, подовжені тіні на світанку або заході сонця. За прямокутного проєкціювання, коли кут нахилу променів до площини проєкцій дорівнює 90° , спотворення є мінімальними й обумовлені лише втраченою інформацією про одну з трьох просторових координат. Таке проєкціювання, за якого, наприклад, сонце знаходиться прямо над головою, забезпечує найбільшу точність і відповідність реальним розмірам об'єкта.

Отже, з усіх розглянутих видів проєкціювання прямокутне проєкціювання найбільшою мірою відповідає завданням інженерної практики і тому саме воно набуло поширення завдяки своїй точності і простоті в аналізі.

2.5. ПРОЄКЦІЮВАННЯ НА ПЛОЩИНІ КООРДИНАТ

Ортогональне проєкціювання, також відоме як прямокутне проєкціювання, є технікою, що використовується для створення чітких і точних зображень тривимірних об'єктів на двовимірній площині координат. Це проєкціювання зазвичай проводиться на дві або три площини проєкцій. Для відображення всієї інформації про оригінали достатньо створити дві ортогональні проєкції, які забезпечують основне уявлення про геометрію об'єкта. Але для досягнення більшої точності і повноти зображення часто використовують три взаємно перпендикулярні площини проєкцій, що дає можливість отримати повну тривимірну інформацію про об'єкт. Ці площини можна візуалізувати як перетини трьох взаємно перпендикулярних площин, які забезпечують всебічний огляд об'єкта в різних ракурсах (рис. 2.2).

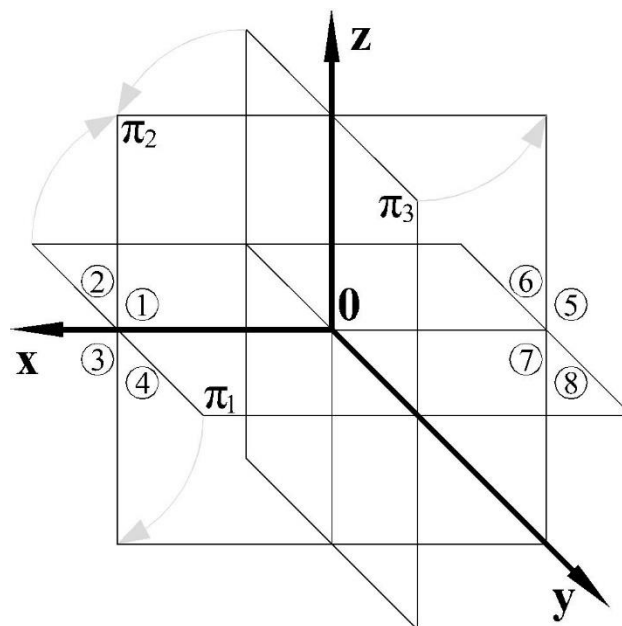


Рис. 2.2. Система трьох взаємно перпендикулярних площин проєкцій

Метод прямокутного проєкціювання на дві ортогональні площини був представлений французьким геометром Гаспаром Монжем у 1799 році. Гаспар Монж зробив важливий внесок у розвиток геометрії, розробивши цей метод, який дозволяє створювати точні креслення, що спрощують візуалізацію і аналіз тривимірних об'єктів. Завдяки своєму значному впливу на розвиток інженерної і архітектурної практики цей метод часто називають методом Монжа. Метод Монжа дозволяє створювати проєкції, які є корисними для технічних креслень, проєктування і візуалізації об'єктів, оскільки він забезпечує чітке і точне зображення всіх основних характеристик об'єкта.

Отже, метод ортогонального проєкціювання, розроблений Монжем, є основою для багатьох інженерних і архітектурних креслень, завдяки своїй здатності надавати точну і зрозумілу інформацію про тривимірні об'єкти через їхні двовимірні проєкції.

Три площини проєкцій (їх називають *горизонтальною* – π_1 , *фронтальною* – π_2 та *профільною* – π_3) поділяють простір на вісім фрагментів, іменованих *октантами* (вони позначені на рисунку цифрами в кружечках). Лінії перетину цих площин один з одним називають *осями координат* x , y , z . На рисунку виділено позитивний напрям цих осей. Не варто забувати, що у кожної з них є і негативний напрямок, спрямований у протилежний бік. Проєкції оригіналу на будь-яку з перелічених площин позначаються за номером площини і вичерпно описується двома координатами з трьох намічених (рис. 2.2):

горизонтальна площина проєкцій – розташована горизонтально і використовує координати (x, y) . Ця площина дозволяє бачити об'єкт зверху, надаючи чітке уявлення про його план або, інакше кажучи, про його розташування і форму, якщо дивитися з висоти;

фронтальна площина проєкцій – розташована вертикально і використовує координати (x, z) . Вона відображає об'єкт, як якщо б ви дивилися на нього спереду, надаючи деталі про його висоту і глибину, або про те, як об'єкт виглядає з фасаду;

профільна площина проєкцій – розташована вертикально, але перпендикулярно до фронтальної площини проєкцій, і використовує координати (y, z) . Вона показує об'єкт збоку, надаючи інформацію про його ширину і висоту, або про те, як об'єкт виглядає збоку.

Під час підготовки креслення після того, як відбулося проєкціювання оригіналу, він *прибирається*, а площини проєкцій з «відбитими» на них зображеннями повертаються в напрямку, зазначеному на рисунку сірими стрілками: *горизонтальна* – навколо осі x , *профільна* – навколо осі z (*фронтальна* залишається нерухомою). Ось y при цьому «розщеплюється» на дві «половини», одна з яких повертається з площиною π_1 , а друга – з площиною π_3 . У результаті на одній поверхні

розміщуються три ортогональні проєкції оригіналу, а отже, на одному аркуші міститься *вся* інформація, необхідна для відтворення *тривимірного* об'єкта.

Оскільки під час виконання описаної процедури площини проєкцій накладаються одна на одну (в будь-якій точці зображення фактично присутні π_1 , π_2 , π_3), на кресленні відбувається взаємне накладання таких об'єктів, які в просторі принципово не можуть бути суміщені. Наприклад, *негативна* піввісь y однією своєю «відщепленою» копією накладається на *позитивну* піввісь z , а друга – на позитивну піввісь x . Це призводить до плутанини в оцінці реальних координат досліджуваного об'єкта. Щоб звести її до мінімуму, оригінал намагаються повністю помістити у *перший* октант – у такому разі використовуються тільки *позитивні* значення координат і накладання проєкцій не відбувається. Однак загалом об'єкт дослідження може розташовуватися в будь-якому з восьми октантів, тому потрібно вміти працювати і з негативними координатами.

3. КОМПЛЕКСНЕ КРЕСЛЕННЯ

Зображення, отримане в результаті таких перетворень, як проєкціювання на дві або три взаємопов'язані площини, що розташовані на одному аркуші паперу, називається **комплексним кресленням**, або **епюром**.

Комплексне креслення являє собою інтегроване зображення тривимірного об'єкта, яке об'єднує всі основні проєкції (горизонтальну, фронтальну і профільну) на одному аркуші. Це дозволяє отримати всебічний огляд об'єкта з різних ракурсів. Кожна з проєкцій надає специфічну інформацію про геометрію об'єкта, зокрема про його форму, розміри і просторові відношення. Комплексне креслення має кілька ключових переваг:

- повнота інформації – зазначені проєкції на одному аркуші дозволяють детально відобразити всі аспекти об'єкта, включаючи його розміри, пропорції та деталі, що можуть бути неочевидними у разі використання тільки однієї проєкції;
- точність – завдяки тому, що всі проєкції розташовані на одному аркуші і мають спільну систему координат, це забезпечує високу точність у відображенні геометрії об'єкта, що є критично важливим для точних інженерних і архітектурних завдань;
- зручність у використанні – комплексне креслення полегшує процес аналізу і порівняння різних аспектів об'єкта, що спрощує роботу з проєктування і виготовленням.

Епюр, як варіант комплексного креслення, є спрощеним графічним зображенням об'єкта. Він може містити не лише основні проєкції, але й допоміжні лінії, розміри, позначення і примітки. Це допомагає забезпечити точність і чіткість зображення, дозволяючи детально аналізувати конструкцію та її елементи.

Отже, комплексне креслення, або епюр, є незамінним інструментом для точного і всебічного зображення тривимірних об'єктів у двовимірному просторі, що дозволяє проєктувальникам, інженерам і архітекторам ефективно працювати з геометричними даними і досягати високого рівня точності у своїх проєктах.

3.1. КОМПЛЕКСНЕ КРЕСЛЕННЯ ТОЧКИ

Точка є найпростішим і найосновнішим об'єктом в геометрії, який можна уявити. Вона не має розмірів і форми, але її розташування визначається за допомогою координат або проєкцій. Для створення комплексного креслення точки можуть бути використані кілька підходів:

Координати: точка може бути задана своїми координатами в певній системі координат, що дозволяє побудувати її креслення. Для цього потрібно вказати значення координат x , y і z (у разі тривимірної системи координат), що визначає її точне місцезнаходження в просторі.

Проекції: точка також може бути представлена через свої проекції на різні площини. Тут розташування точки визначається як перетин проєкцій на горизонтальній, фронтальній і профільній площинах.

Опис через перетини: іншим способом визначення розташування точки є використання її опису через перетини ліній або інших геометричних об'єктів. Наприклад, точка може бути визначена як точка перетину двох ліній. У такому разі креслення буде містити лінії, на перетині яких знаходиться точка і вона буде зображена як точка перетину цих ліній на кресленні.

Комплексне креслення точки може бути особливо корисним, коли потрібно відобразити точне розташування об'єкта в проєкті або розрахунках. Для точного відображення точки на кресленні використовуються всі можливі способи її визначення. Це забезпечує повне і чітке зображення точки в контексті загальної геометрії і структури проєкту, що допомагає уникнути невизначеності і неточностей у подальших етапах проєктування або аналізу.

3.1.1. Побудова комплексного креслення точки

Використовуючи описані вище умови, побудуємо три проєкції довільної точки A на площині координат (рис. 3.1).

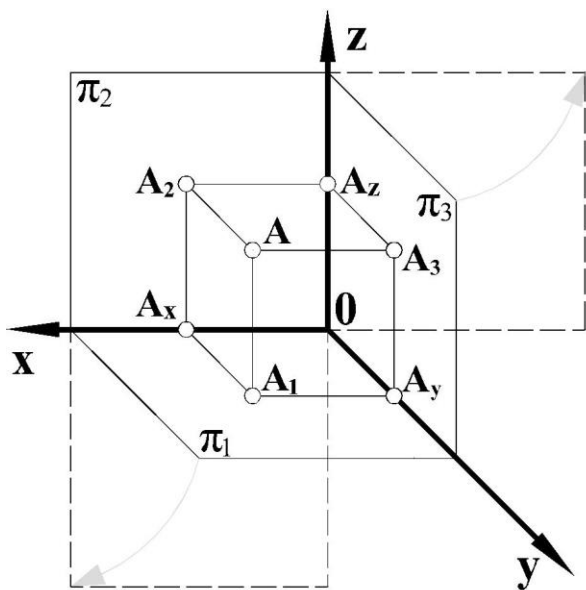


Рис. 3.1а. Просторове креслення точки в системі трьох площин проєкцій

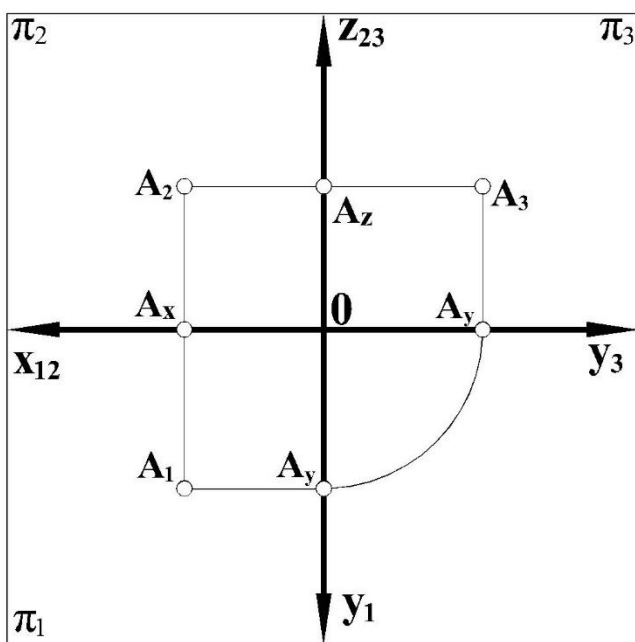


Рис. 3.1б. Епюр (плоске креслення) точки

Припустимо, що всі її координати є позитивними. Це означає, що вона розташована в першому октанті – рис. 3.1а (домовимося подібне зображення називати *просторовим кресленням*). Щоб отримати проєкції цієї точки (A_1 , A_2 і A_3) на площині π_1 , π_2 і π_3 , треба опустити з неї перпендикуляри на вказані площини (відрізки AA_1 , AA_2 і AA_3 на рис.). Якщо опустити перпендикуляри і на осі координат, ми отримаємо *осьові проєкції* точки A , які позначимо відповідно A_x , A_y і A_z .

Після завершення операції проєкціювання, «розщепимо» вісь y і повернемо *горизонтальну* та *профільну* площини так, як це було описано вище. Щоб не плутатися в дублікатах осі y , позначимо їх відповідно індексами 1 і 3, підкреслюючи тим самим, з якими площинами вони асоціюються. Аналогічні індекси введемо і для осей x і z (для них ці індекси не настільки важливі – вони вводяться лише для збереження стилю позначень). У результаті отримуємо зображення, показане на рис. 3.1б. Саме така графічна конструкція і називається *комплексним кресленням*. Для того щоб підкреслити її цілісність і полегшити інтерпретацію зображення, проєкції однієї і тієї ж точки на кресленні з'єднуються лініями, які мають назву *лінії зв'язку*.

Оскільки кожна координата точки у побудові цього креслення використовується *двічі* (координата x – для знаходження 1-ї і 2-ї проєкції, y – 1-ї і 3-ї, z – 2-ї і 3-ї), взаємне розташування проєкцій A_1 , A_2 і A_3 не може бути довільним – мають виконуватись певні умови, які забезпечують несуперечливість інформації, яка зчитується з креслення. Простіше кажучи, значення однієї і тієї ж координати, визначені за різними проєкціями повинні збігатися. Тобто виходить, що на комплексному кресленні:

- лінія зв'язку, що з'єднує *горизонтальну* та *фронтальну* проєкції однієї і тієї ж точки, має бути *перпендикулярна* до осі x_{12} ($A_1A_2 \perp x_{12}$);
- лінія зв'язку, що з'єднує *фронтальну* та *профільну* проєкції однієї і тієї ж точки, має бути *перпендикулярна* до осі z_{23} ($A_2A_3 \perp z_{23}$);
- координата y однієї і тієї ж точки на *горизонтальній* та *профільній* проєкціях має бути однаковою ($A_xA_1 = A_zA_3$).

Перераховані обмеження мають *абсолютний* характер і повинні дотримуватись за *будь-якої* побудови. Їх можна використовувати для оцінки правильності графічних робіт.

3.1.2. Перетворення комплексного креслення точки

Іноді використана система площин проєкцій виявляється незручною для вирішення виниклої практичної задачі. У такому разі креслення перетворюють, тобто намагаються подивитись на оригінал під іншим кутом. У результаті рішення знаходиться швидше. Подібні прийоми нерідко використовують для визначення фактичної

відстані між досліджуваними об'єктами або за бажанням чіткіше показати форму виробу. Розглянемо одне з найпростіших варіантів такого перетворення.

Припустимо, що на точку, задану системі площин проєкцій π_1 і π_2 (для спрощення міркувань третя площина не розглядається), потрібно подивитись під іншим ракурсом, тобто спроекціювати її на допоміжну площину π_4 , *перпендикулярну* до площини π_1 і нахилену до π_2 під кутом, *відмінним* від прямого (якби вона була перпендикулярна або паралельна до однієї з площин проєкцій нічого нового ми б не отримали). Креслення, що пояснює цю ситуацію, показано на рис. 3.2.

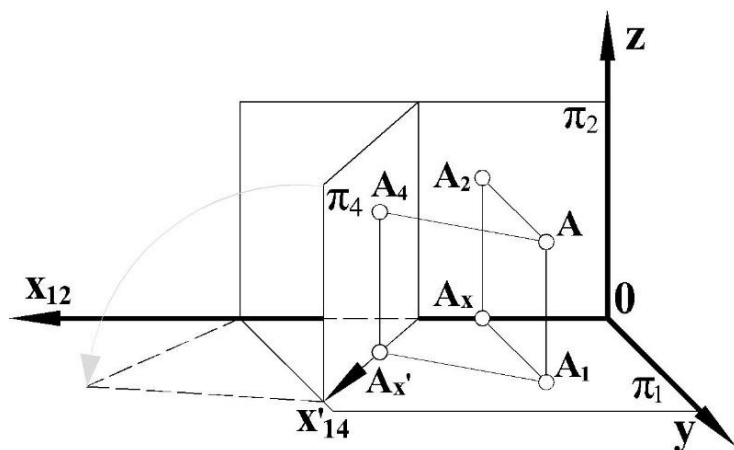


Рис. 3.2а. Просторова модель заміни площини проєкцій

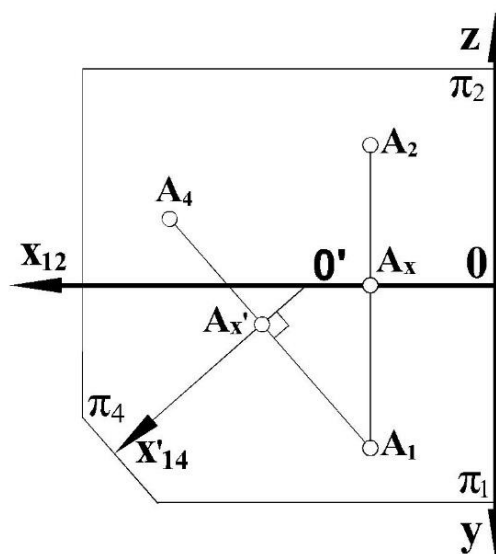


Рис. 3.2б. Епюр заміни площини проєкцій

Сутність аналізованого перетворення фактично зводиться до заміни *фронтальної* площини π_2 площиною π_4 . При цьому *оригінал* (т. A) і *горизонтальна* площина залишаються нерухомими. Відповідно, незмінною залишається і проєкція A_1 . Тобто завдання зводиться до побудови ще однієї проєкції точки A на площину π_4 . Останню для з'єднання з площиною креслення доводиться повертати навколо осі x'_{14} . У системі площин проєкцій π_1 і π_4 діють ті ж умови, що й у колишній системі. Це означає, що відрізок A_1A_4 повинен бути перпендикулярним осі x'_{14} . Висота розташування точки A над горизонтальною площиною не змінилася, тому $A_x'A_4 = A_xA_2$. Використовуючи два цих положення, шукаємо проєкцію точки A на додатковій площині.

3.2. КОМПЛЕКСНЕ КРЕСЛЕННЯ ПРЯМОЇ

Комплексне креслення прямої є ключовим елементом проєкційної геометрії, що дозволяє точно відобразити тривимірну пряму на двовимірній площині. У тривимірному просторі пряма є нескінченним лінійним об'єктом, який може бути визначений за допомогою двох точок або аналітичного рівняння прямої. Це важливе поняття у технічному кресленні і проєктуванні, оскільки правильне відображення прямої є основою для створення точних і зрозумілих графічних зображень.

3.2.1. Побудова комплексного креслення прямої

Оскільки пряма, як *нескінченне* утворення, не може бути *повністю* зображена на *кінцевому* аркуші паперу, під її комплексним кресленням зазвичай мається на увазі креслення її обмеженого фрагмента. Тобто у вирішенні практичних задач словосполучення «комплексне креслення прямої» та «комплексне креслення відрізка» рівнозначні.

Як ми знаємо, одна з властивостей проєкційного методу полягає в тому, що прямолінійний оригінал має прямолінійну проєкцію. У зв'язку з цим для побудови комплексного креслення відрізка достатньо побудувати і з'єднати між собою комплексні креслення його кінцевих точок (рис. 3.3). Одночасно для того щоб відрізнити проєкції оригіналу від ліній зв'язку та інших допоміжних побудов, проєкції об'єкта наводяться *потовщеними* лініями. У результаті розшифрування (читання) креслення суттєво спрощується. Про призначення і характеристики основних ліній креслення можна прочитати у розділі 3.2.3.

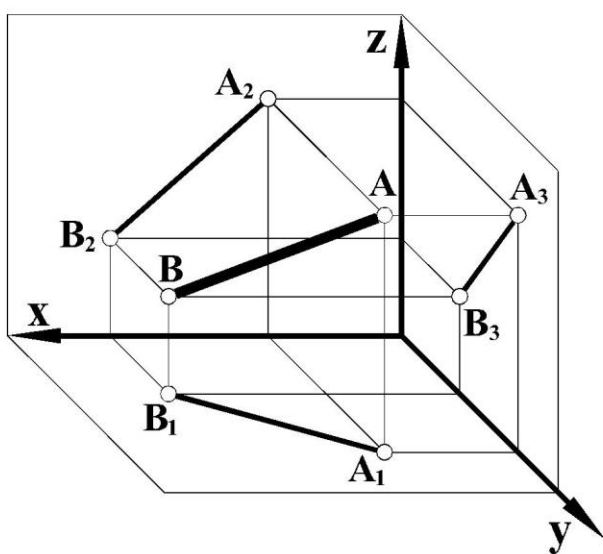


Рис. 3.3а. Просторова модель відрізка у системі трьох площин проєкцій

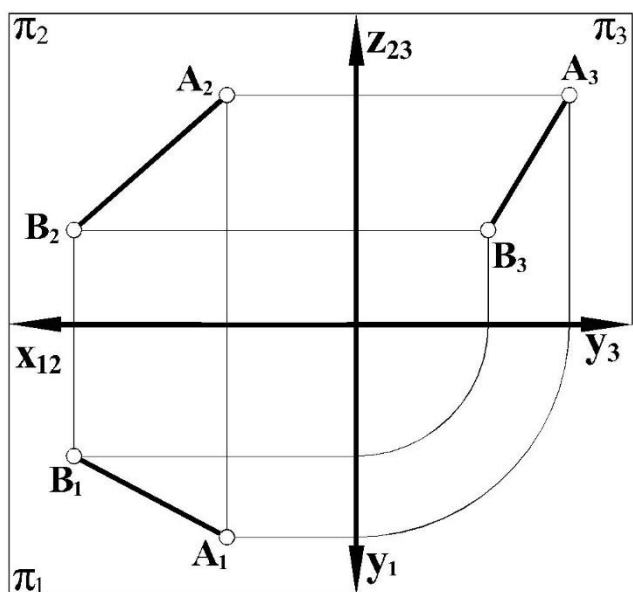


Рис. 3.3б. Комплексне креслення (епюр) відрізка

3.2.2. Положення прямої у просторі

Загалом пряма в тривимірному просторі може розташовуватися в будь-якій конфігурації відносно координатних осей та площин проєкцій. Її положення і взаємодія з площинами проєкцій відіграють важливу роль у процесі створення точних креслень і візуалізацій. Одним із ключових аспектів є визначення слідів прямої на площинах проєкцій.

Слід прямої – це точка перетину прямої з площиною проєкцій. Оскільки в нарисній геометрії зазвичай використовуються три основні площини проєкцій, пряма може мати до трьох слідів, кожен з яких відповідає перетину прямої з однією з цих площин.

Горизонтальний слід (M) – це точка перетину прямої з горизонтальною площиною проєкцій (площина XY). Горизонтальний слід дозволяє бачити, де пряма перетинає горизонтальну площину, що часто відображає висоту об'єкта.

Фронтальний слід (N) – це точка перетину прямої з фронтальною площиною проєкцій (площина XZ). Фронтальний слід показує, де пряма перетинає фронтальну площину, що забезпечує інформацію про розташування прямої відносно глибини об'єкта.

Профільний слід (P) – це точка перетину прямої з профільною площиною проєкцій (площина YZ). Профільний слід демонструє, де пряма перетинає профільну площину, що дозволяє оцінити ширину об'єкта.

Сліди прямої є важливими для кількох причин:

Візуалізація та точність: сліди допомагають точно визначити, де пряма розташована відносно координатних осей, і забезпечують візуалізацію її положення в тривимірному просторі.

Проекційні креслення: знання слідів прямої дозволяє коректно побудувати проєкції на різних площинах, що є важливим для створення точних технічних креслень і моделей.

Перетини і взаємодії: сліди прямої можуть бути використані для визначення точок перетину прямої з іншими об'єктами або площинами, що є корисним для аналізу геометричних відносин.

Під кутом нахилу прямої до площини розуміється кут між цією прямою та її проєкцією на цю площину. Кути нахилу прямої до площин координат (горизонтальної, фронтальної та профільної) позначаються літерами α , β і γ . На рис. 3.4 показані горизонтальний (M) і фронтальний (N) слід прямої разом з їхніми проєкціями, а також кути нахилу прямої. Профільний слід прямої намічений, але не позначений літерою, оскільки він у цьому разі прихований від спостерігача (розташовується за фронтальною площиною, як показано пунктиром).

У нарисній геометрії важливо враховувати кути нахилу прямої до площин координат, оскільки це визначає, як пряма буде відображатися на проєкціях.

Горизонтальний кут нахилу (α): кут між прямою та її проекцією на горизонтальній площині (площина XY). Цей кут описує, як пряма нахилена відносно горизонтальної площини, що є критичним для розуміння її положення в просторі в горизонтальному напрямку.

Фронтальний кут нахилу (β): кут між прямою та її проекцією на фронтальній площині (площина XZ). Це визначає нахил прямої відносно фронтальної площини, що впливає на розташування прямої в глибинному напрямку.

Профільний кут нахилу (γ): кут між прямою та її проекцією на профільній площині (площина YZ). Цей кут описує нахил прямої відносно профільної площини, що відображає її розташування в бічному напрямку.

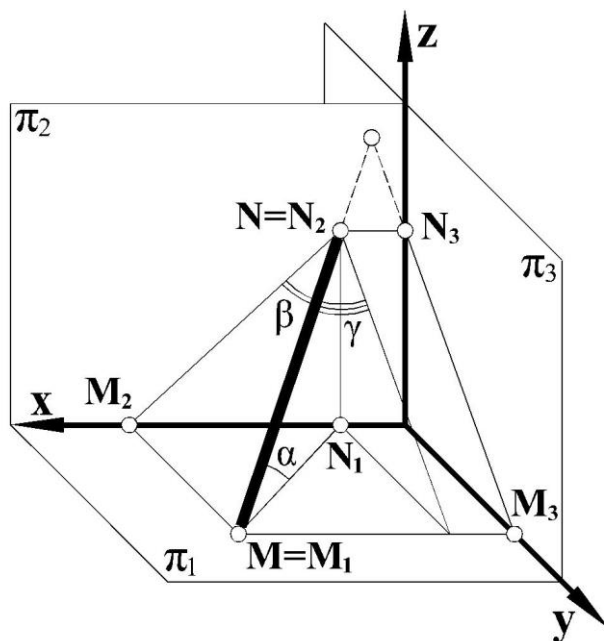


Рис. 3.4. Сліди прямої та кута її нахилу до площин проєкцій

Якщо пряма не паралельна і не перпендикулярна жодній з площин проєкцій, її називають *прямою загального положення* (на рис. 3.3 і 3.4 показані саме такі лінії). В інших випадках пряму називають *прямою особливого положення*. Прямі особливого положення, зі свого боку, поділяються на *лінії рівня* (паралельні одній з площин проєкцій) і *проекційні прямі* (перпендикулярні одній з площин проєкцій, а отже, паралельні двом іншим – по суті вони двічі виступають лініями рівня). Для ідентифікації прямої треба обирати таке її позначення, яке характеризує її найбільш точно (зокрема, якщо лінію можна назвати і прямою особливого положення, і лінією рівня, і проекційною прямою, перевага віддається останній назві).

Залежно від того, якій площині лінії рівня паралельні, їх поділяють на:

Горизонтальні лінії рівня (h) – це прямі, паралельні горизонтальній площині проєкцій (паралельні π_1). Вони відображають рівні, що розташовані на однаковій висоті над або під горизонтальною площиною. На кресленні такі лінії допомагають

відобразити рівні висоти або глибини об'єкта, що є важливим для розуміння його форми в горизонтальному перерізі.

Фронтальні лінії рівня (f) – це прямі, паралельні фронтальній площині проєкцій (паралельні π_2). Вони використовуються для зображення рівнів, які однакові в площині, що розташована перпендикулярно горизонтальній площині проєкцій. Такі лінії дозволяють побачити, як змінюється форма об'єкта у фронтальному перерізі.

Профільні лінії рівня (p) – це прямі, паралельні профільній площині проєкцій (паралельні π_3). Вони показують рівні, що проходять через об'єкт в напрямку, паралельному профільній площині. Ці лінії корисні для детального розгляду об'єкта з боку, який зазвичай є перпендикулярним до фронтальної площини проєкцій.

Аналогічно проєкційні прямі можна поділити на три основні категорії, які визначають їх орієнтацію відносно площин проєкцій:

Горизонтально-проєкційні прямі – це проєкційні прямі, перпендикулярні до горизонтальної площини проєкцій (π_1). Вони проходять паралельно до горизонтальної площини і допомагають створити горизонтальні проєкції об'єкта, що відображають його вигляд з висоти.

Фронтально-проєкційні прямі – це проєкційні прямі, які перпендикулярні до фронтальної площини проєкцій (π_2). Вони проходять паралельно до фронтальної площини і використовуються для створення фронтальних проєкцій об'єкта, що дозволяє побачити його вигляд з передньої частини.

Профільно-проєкційні прямі – це проєкційні прямі, які перпендикулярні до профільної площини проєкцій (π_3). Вони проходять паралельно до профільної площини і використовуються для створення профільних проєкцій об'єкта, що демонструє його бічний вигляд.

Ці проєкційні прямі допомагають структурувати проєкцію об'єкта на різних площинах, забезпечуючи чітке і зрозуміле відображення просторових характеристик об'єкта у двовимірному вигляді.

Нижче наведено приклади комплексних креслень розглянутих типів прямих та перераховано їхні основні властивості.

Прямі загального положення (рис. 3.3) – це прямі в тривимірному просторі, які не мають особливих орієнтацій відносно площин координат і осей координат. Вони можуть мати будь-яке розташування і нахил, що робить їхній розгляд у проєкційній геометрії важливим для розуміння загальних принципів проєкціонування.

Властивості проєкцій прямої загального положення:

проєкції коротші самої прямої – у загальному випадку проєкції прямої на площини координат завжди коротші за саму пряму. Це явище виникає через проєкцію прямої під певним кутом на площину проєкцій. Оскільки пряма розташована в тривимірному просторі, її проєкції, як правило, зменшені порівняно з реальними

розмірами прямої. Ця особливість є результатом косих проєкцій, де частина довжини прямої втрачається через нахил відносно площини проєкцій.

проєкції не паралельні осям координат – проєкції прямої загального положення зазвичай не паралельні осі координат. Це пов'язано з тим, що пряма може бути розташована під будь-яким кутом відносно осей координат, що призводить до того, що її проєкції на площини координат не будуть паралельні жодній з координатних осей. Тобто проєкції прямої перетинають координатні осі під певними кутами, що ускладнює аналіз їхнього точного розташування.

Для кращого розуміння проєкцій прямої загального положення, розглянемо кілька аспектів:

розташування прямої у просторі – пряма може бути нахилена або повернута у будь-якому напрямку, що впливає на її проєкції на горизонтальну, фронтальну та профільну площини. Це розташування визначає, як виглядають проєкції прямої.

вимірювання проєкцій – вимірювання довжини проєкцій прямої на площини координат дає змогу оцінити, наскільки проєкції є коротшими за реальну довжину прямої. Це також може допомогти у розрахунках для створення точних технічних креслень.

аналіз кутів нахилу – оскільки проєкції не паралельні осі координат, важливо враховувати кути нахилу прямої до площин координат. Це дозволяє краще розуміти, як пряма взаємодіє з площинами проєкцій і як її проєкції зображаються на кресленні.

Лінії рівня (рис. 3.5–3.7) використовуються для точного відображення тривимірних форм на двовимірних кресленнях і допомагають зрозуміти взаємозв'язок між різними проєкціями об'єкта.

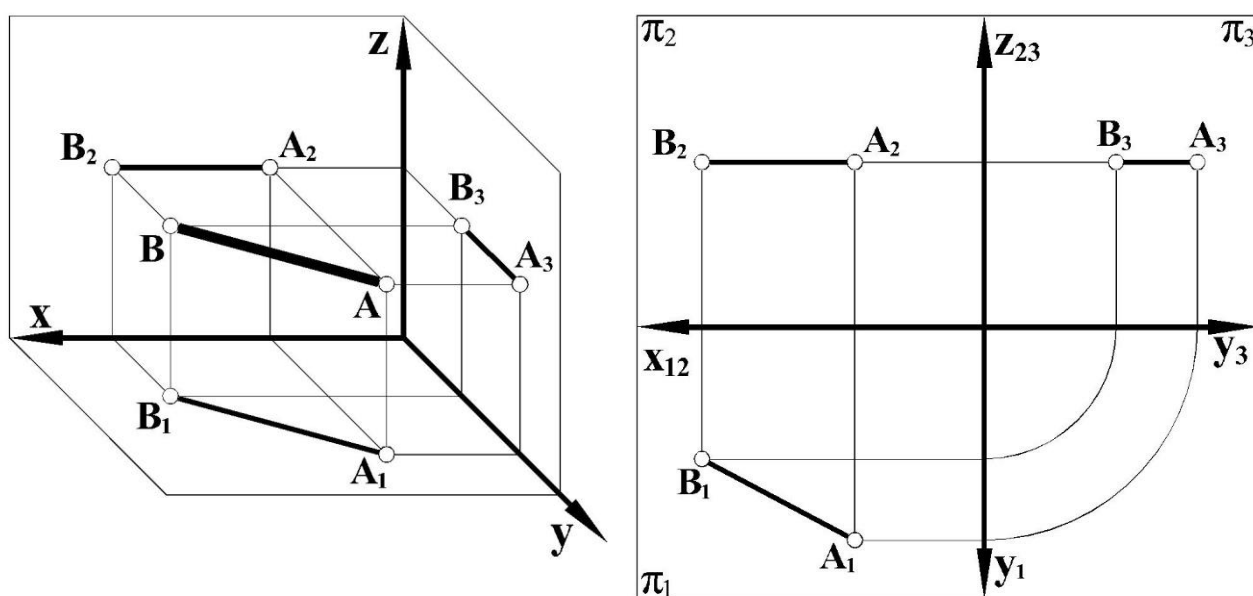


Рис. 3.5. Горизонталь

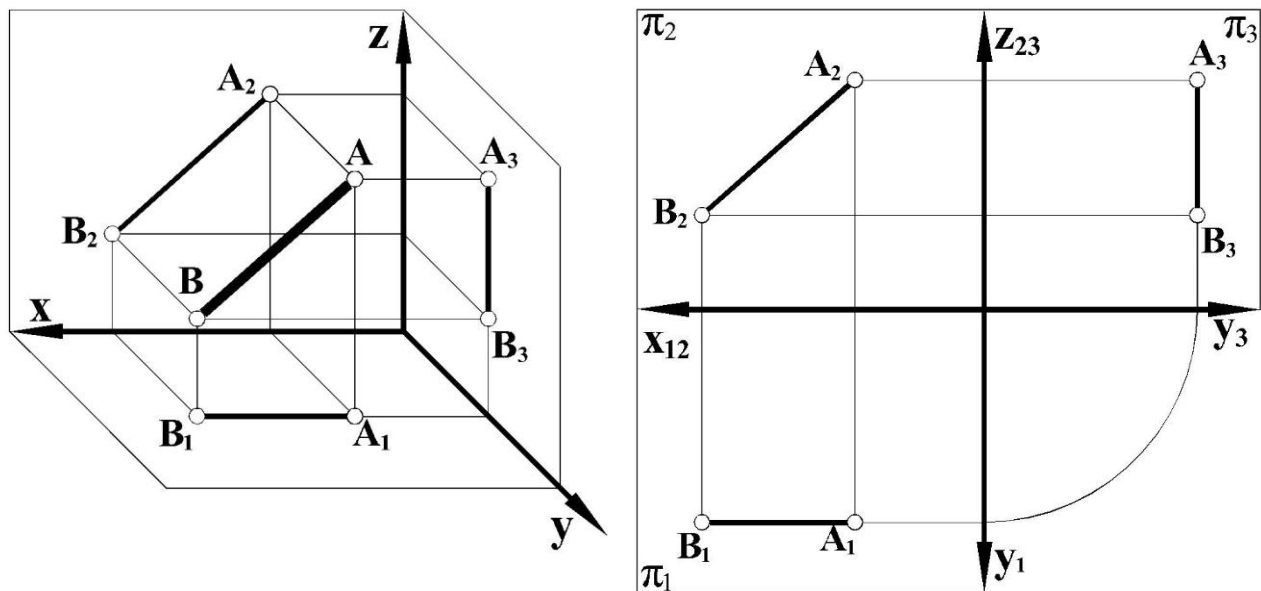


Рис. 3.6. Фронталь

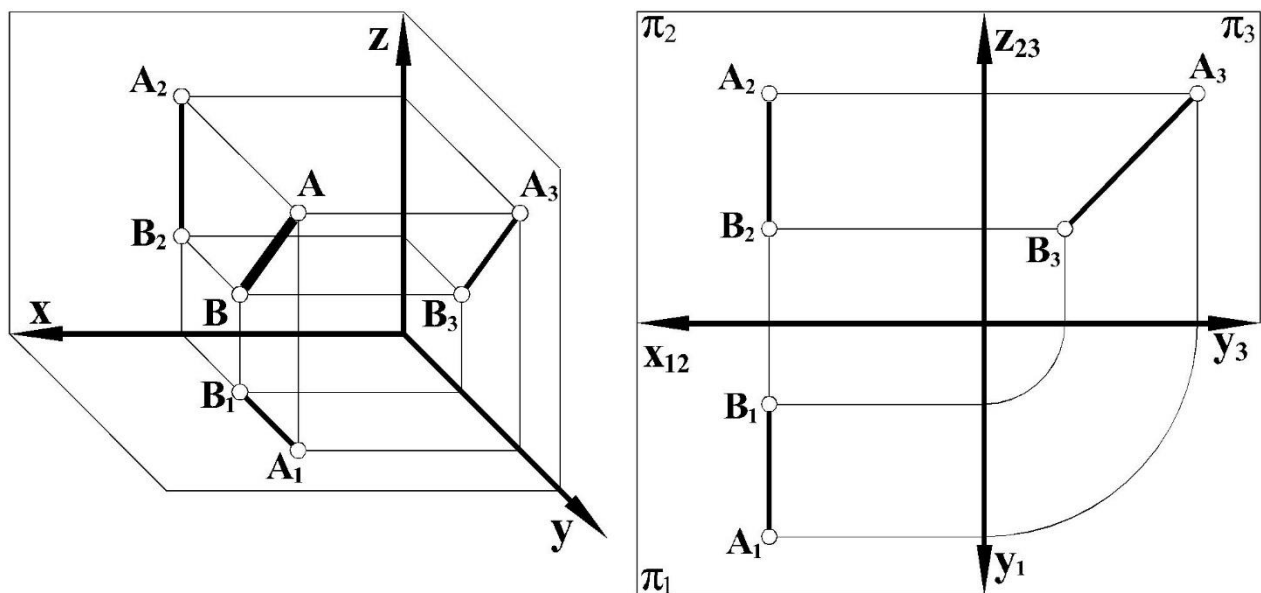


Рис. 3.7. Профільна пряма

Властивості проєкцій лінії рівня:

Проекції прямої на не паралельні їй площині паралельні осям координат: ця властивість відображає те, що коли пряма не паралельна площині проєкції, її проєкція на цю площину буде паралельна осям координат цієї площини. Це пов'язано з тим, що проєкція прямої на площину не є прямою, яка насправді має деякі просторові кути нахилу. Внаслідок проєкції, ці кути перетворюються на паралельні відрізки. Наприклад, якщо пряма має певний нахил до осей координат у тривимірному просторі, то її проєкція на горизонтальну площину буде виглядати як пряма, паралельна осям координат у цій площині.

На паралельній їй площині пряма має проєкцію в натуральну величину: Якщо пряма паралельна площині проєкції, то її проєкція на цю площину буде зображена в натуральну величину, тобто без спотворень. Це означає, що довжина проєкції прямої на площину буде дорівнювати реальній довжині прямої. Ця властивість є особливо корисною для вирішення задач, де важливо знати точні розміри елементів, що проєкціонуються, без втрат масштабування.

Кути нахилу проєкції прямої на паралельну їй площину дорівнюють кутам нахилу прямої до відповідних площин: ця властивість стверджує, що кути нахилу проєкції прямої на площину, яка паралельна оригінальній прямій, залишаються незмінними порівняно з кутами нахилу самої прямої до площин координат. Це означає, що проєкції зберігають інформацію про нахили прямої щодо площин координат, дозволяючи здійснювати точний аналіз просторових властивостей прямої. Наприклад, якщо пряма нахилена під певним кутом до вертикальної площини, цей кут буде збережений у проєкції прямої на площину, паралельну вертикальній.

Ці властивості є основою для розуміння того, як лінії у тривимірному просторі перетворюються на двомірних проєкціях, що є критично важливим для розв'язання задач нарисної геометрії та для точного відображення просторових відношень.

Проекційні прямі (рис. 3.8–3.10) відіграють ключову роль у створенні двовимірних зображень тривимірних об'єктів. Вони допомагають перенести точкові координати тривимірного об'єкта на площину проєкцій, забезпечуючи таким чином точність і коректність просторових характеристик об'єкта. Ці лінії дозволяють створювати чіткі і зрозумілі проєкції, які відображають такі різні аспекти об'єкта, як форма, розміри та положення елементів.

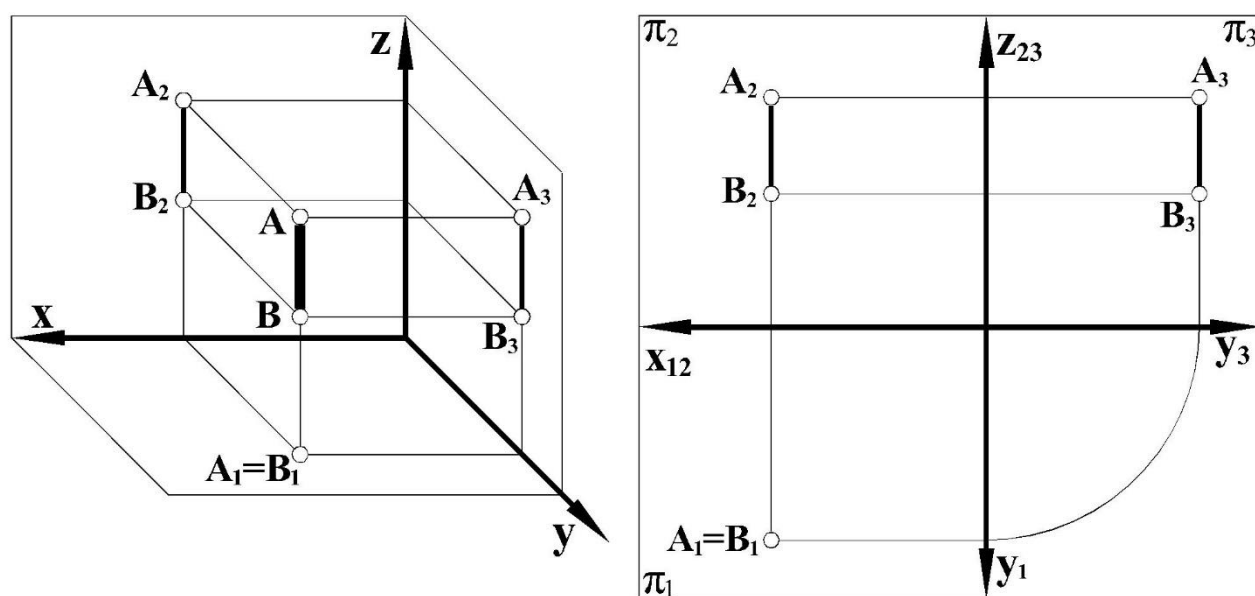


Рис. 3.8. Горизонтально-проєкційна пряма

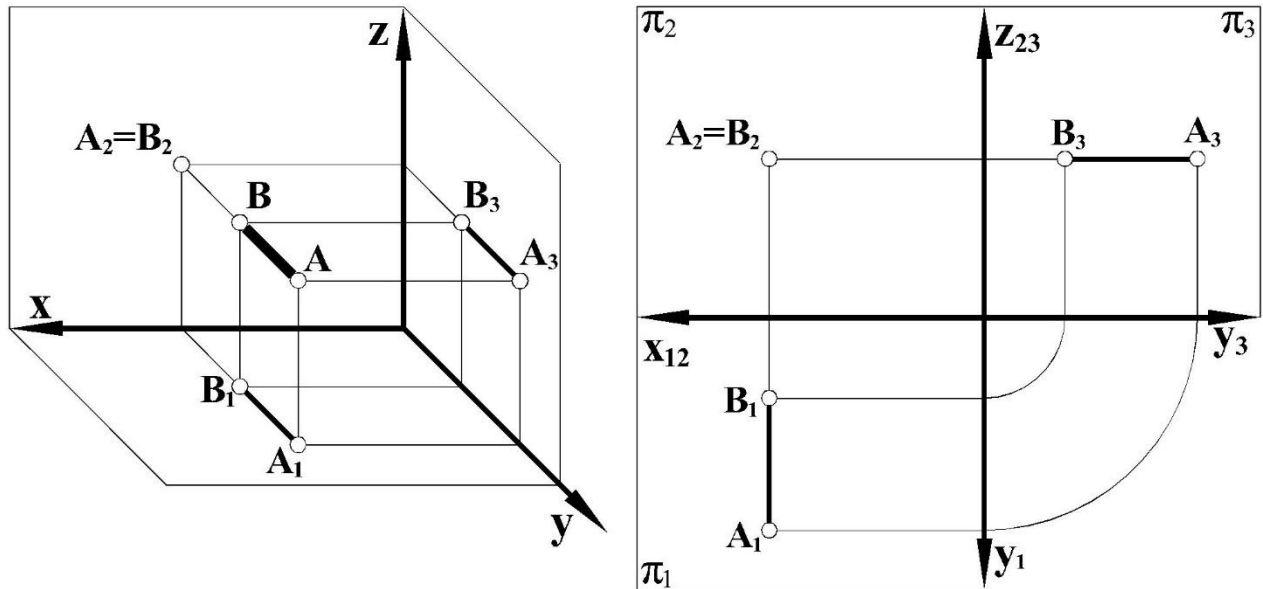


Рис. 3.9. Фронтально-проекційна пряма

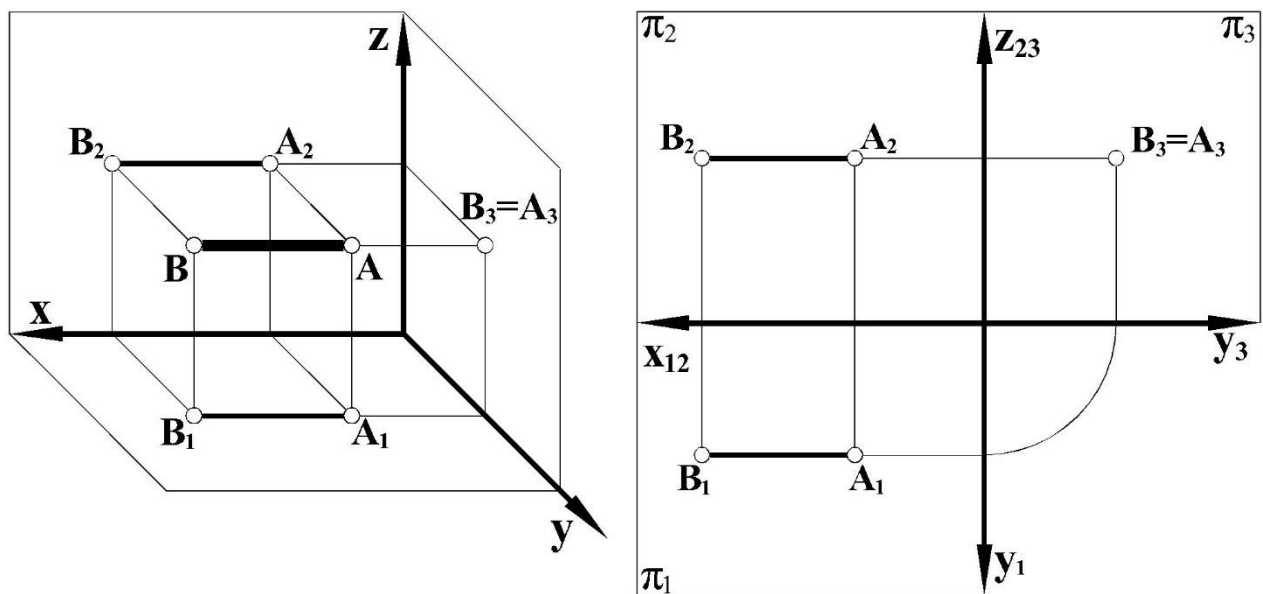


Рис. 3.10. Профільно-проекційна пряма

Проекційна пряма є особливим випадком ліній у тривимірному просторі, її проєкції на різні площини мають специфічні властивості. Розглянемо ці властивості детальніше:

на перпендикулярну їй площину пряма проєктується у точку: коли пряма перпендикулярна до площини проєкції, її проєкція на цю площину стає точкою. Це відбувається тому, що в цьому випадку пряма не має просторової довжини вздовж площини, на яку вона проєктується, і всі її точки проєктуються в одну і ту саму точку

на цій площині. Така властивість є важливою для аналізу просторових відношень, оскільки дозволяє визначити положення прямої відносно певної площини.

на дві інші площини пряма проєктується в натуральну величину у відрізки, паралельні осям координат: якщо розглянути дві інші площини, що не є перпендикулярними до прямої, то на них пряма проєктується у відрізки, які мають ту саму довжину, що й оригінальна пряма. Ці відрізки будуть паралельні відповідним осям координат, що вказує на те, що проєкція зберігає орієнтацію прямої у просторі відносно цих площин. Наприклад, якщо пряма паралельна горизонтальній площині, її проєкція на цю площину буде відрізком, який дорівнює довжині прямої і паралельний осі X або Y (залежно від орієнтації прямої).

Ці властивості проєкційної прямої допомагають зрозуміти, як вона взаємодіє з різними площинами проєкції, що необхідно для точного конструювання та аналізу геометричних фігур у тривимірному просторі.

3.2.3. Взаємне положення прямих

У просторі прямі можуть займати одне з трьох можливих взаємних положень: бути паралельними, перетинатися одна з одною або схрещуватися. Кожне з цих положень має свої особливості, які відображаються на проєкціях прямих на площини проєкції.

Паралельні прямі (рис. 3.11a): коли дві прямі в просторі є паралельними, це означає, що вони ніколи не перетинаються і перебувають на однаковій відстані одна від одної на всій своїй довжині. Важливо зазначити, що якщо прямі паралельні в просторі, то їхні відповідні проєкції на площини також будуть паралельними. На рис. 3.11a зображено приклад таких прямих, де проєкції прямих на площину проєкції зберігають паралельність. Ця властивість дозволяє легко ідентифікувати паралельність прямих, просто аналізуючи їхні проєкції.

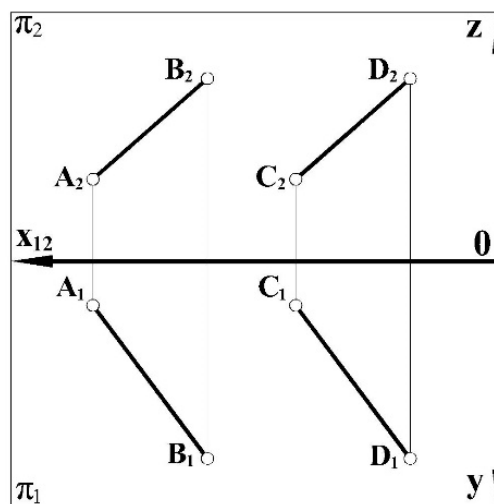


Рис. 3.11a. Паралельні прямі

Прямі, що перетинаються (рис. 3.11б – пряма K_1K_2 перпендикулярна x_{12}): якщо дві прямі в просторі перетинаються, це означає, що вони мають одну спільну точку, через яку обидві проходять. У проєкціях це відображається таким чином, що проєкції перетинаються у точці, яка відповідає спільній точці перетину в просторі. Однак для того щоб переконатися, що прямі дійсно перетинаються, необхідно, щоб ці точки перетину на різних площинах проєкції були зв'язані несуперечливими лініями зв'язку. Лінії зв'язку між проєкціями у цьому випадку допомагають встановити точну точку перетину.

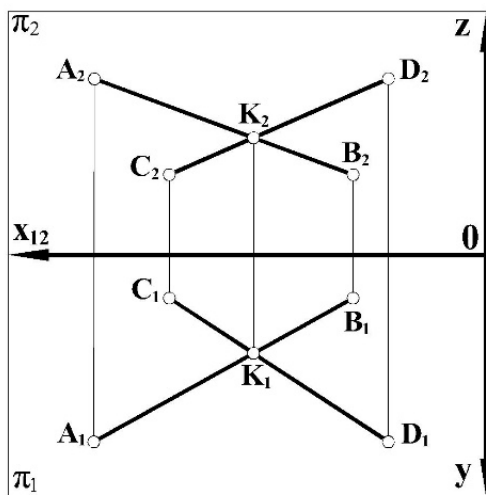


Рис. 3.11б. Прямі, що перетинаються

Схрещені прямі (рис. 3.11в – пряма K_1K_2 не перпендикулярна осі x_{12}): схрещені прямі – це прямі, які не паралельні одна одній і не перетинаються. Вони перебувають у різних площинах і ніколи не зустрічаються в просторі. Особливістю проєкцій схрещених прямих є те, що їхні проєкції можуть перетинатися, але точки перетину цих проєкцій не можна зв'язати несуперечливими лініями зв'язку. Важливо підкреслити, що схрещені прямі не мають спільної точки в просторі, а їхні проєкції можуть лише вказувати на можливість такої взаємодії, але не підтверджувати її.

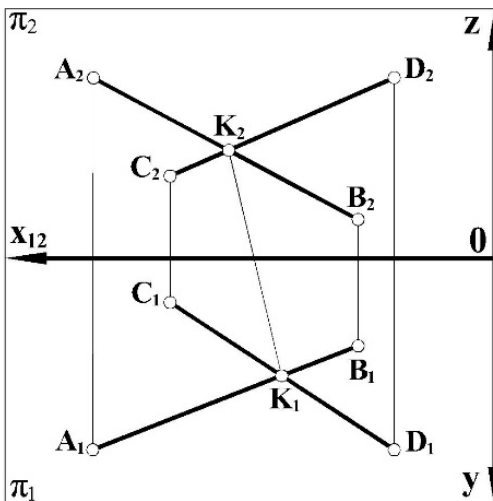


Рис. 3.11в. Схрещені прямі

3.2.4. Визначення величини та кута нахилу відрізка

Відрізок особливого положення проєктується на одну з площин проєкцій у натуральну величину, тому визначити його *реальну* (фактичну) величину і *кути нахилу* до площин проєкцій не складно (див. властивості ліній рівня і проєкційних прямих). Якщо ж ми маємо справу з відрізком *загального положення*, то для визначення його натуральної величини і кутів нахилу доводиться виконувати додаткові побудови. Їхню суть пояснює рис. 3.12. Ці побудови можуть виконуватися і на окремому аркуші, оскільки мають допоміжний характер. Однак з метою економії зусиль та зниження ймовірності помилки (у разі перенесення просторового інтервалу з листка на листок) їх виконують на вихідному комплексному кресленні. При цьому допоміжні лінії намагаються розташувати так, щоб вони не перекривали основне зображення.

Коротко ідею пропонованих побудов можна передати так: натуральна величина відрізка загального положення дорівнює гіпотенузі такого *прямокутного* трикутника, у якого один катет дорівнює *проєкції* цього відрізка на одну з площин координат, а другий – різниці відстані кінців відрізка до тієї площини, проєкція на яку взята як перший катет.

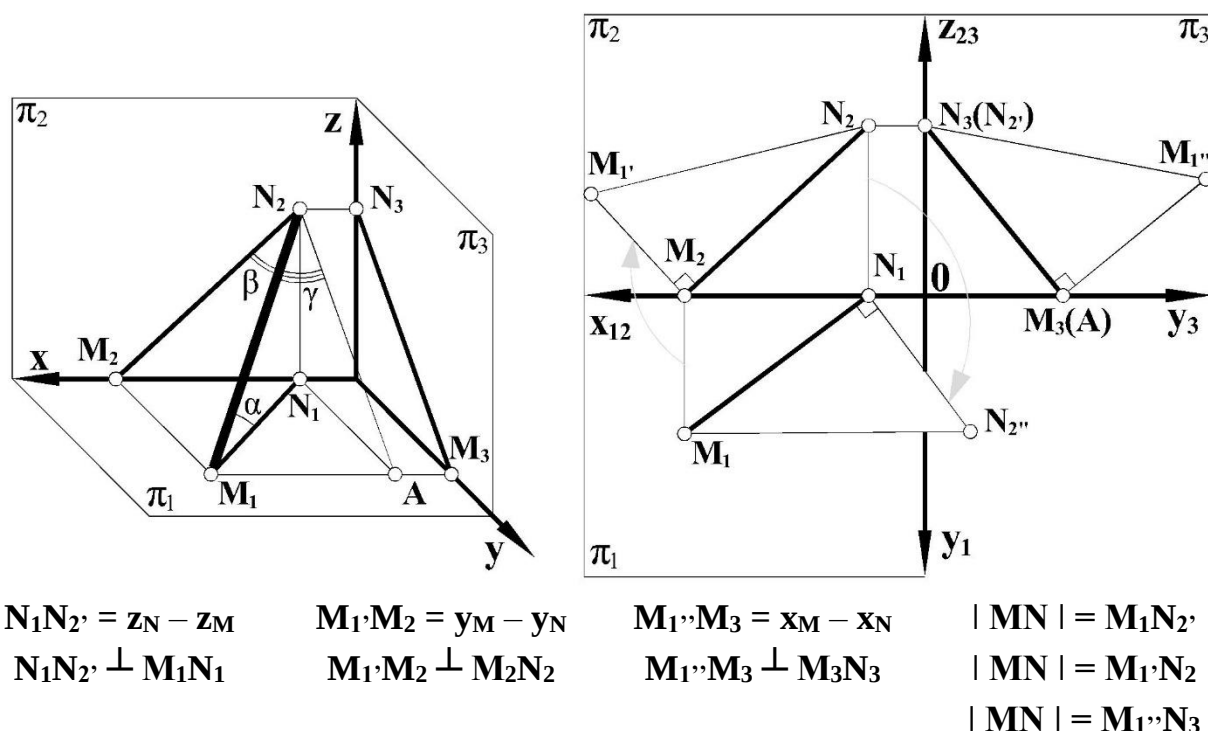


Рис. 3.12. Визначення натуральної величини відрізка
методом прямокутного трикутника

3.3. КОМПЛЕКСНЕ КРЕСЛЕННЯ ПЛОЩИНИ

Площина являє собою найпростішу *поверхню*. Потенційно вона безмежна, тому для її визначення зазвичай використовується якийсь об'єкт або група об'єктів, що в ній розташовуються. Загалом площина може бути задана:

трьома точками, що не лежать на одній прямій: це один із найпоширеніших способів задання площини. Три точки, які не лежать на одній прямій, однозначно визначають площину, оскільки через три точки, що не лежать на одній прямій, можна провести тільки одну площину. Цей спосіб зручний тим, що на кресленні можна чітко вказати три точки і вони зададуть положення площини у просторі;

прямою і точкою, яка на ній не лежить: цей спосіб також часто використовується для задання площини. Пряма і точка, яка не лежить на цій прямій, однозначно визначають площину, оскільки через будь-яку точку поза прямою можна провести лише одну площину, що проходить через цю пряму. Це дозволяє точно визначити положення площини у просторі, маючи лише одну пряму і точку;

двома прямими, що перетинаються: дві прямі, що перетинаються, також однозначно визначають площину. Через будь-які дві прямі, які перетинаються, можна провести лише одну площину. Перетин цих прямих задає одну точку, через яку можна провести площину, що містить обидві прямі. Цей спосіб корисний для побудови складних геометричних конструкцій, де важливо врахувати взаємне положення прямих;

двома паралельними прямими: дві паралельні прямі також визначають площину, оскільки вони лежать в одній площині. Площина буде проходити через обидві ці прямі. Важливо відзначити, що ця площина буде паралельною осі, яка перпендикулярна до цих прямих. Цей спосіб часто використовується в практиці, коли необхідно задати площину через дві відомі паралельні прямі;

будь-якою плоскою фігурою (наприклад, трикутником): площина також може бути задана будь-якою плоскою фігурою. Наприклад, трикутник, як мінімальна плоска фігура, однозначно визначає площину, в якій він знаходиться. Така фігура забезпечує точне визначення площини, оскільки її межі однозначно обмежують площину в просторі. Інші фігури, наприклад чотирикутник, багатокутник тощо, також можуть бути використані для визначення площини.

3.3.1. Сліди площини

Слідами площини називають лінії, які утворюються внаслідок перетину площини з основними площинами проєкцій. Ці сліди є важливими елементами у нarisній геометрії, оскільки вони допомагають визначити положення площини відносно осей координат і площин проєкції.

Типи слідів площини:

горизонтальний слід (h) – це лінія перетину площини з горизонтальною площиною проєкції. Ця лінія відображає те, як площина проходить крізь горизонтальну площину. Вона є проєкцією всієї площини на горизонтальну площину;

фронтальний слід (f) – утворюється в результаті перетину площини з фронтальною площиною проєкції. Цей слід показує, як площина проходить через фронтальну площину, і є її проєкцією на цю площину;

профільний слід (p) – це лінія перетину площини з профільною площиною проєкції. Вона відображає, як площина проходить через профільну площину, і є її проєкцією на цю площину.

Взаємодія слідів. Сліди площини попарно перетинаються, утворюючи точки перетину, які розташовуються на відповідних осях координат. Наприклад, точка перетину горизонтального та фронтального слідів лежить на осі x , точка перетину фронтального та профільного слідів – на осі y , а точка перетину горизонтального та профільного слідів – на осі z . Ці точки перетину допомагають точно визначити положення площини в просторі відносно координатних осей.

Завдання площини за допомогою слідів. Площина може бути однозначно задана двома своїми слідами, тобто двома прямими, що перетинаються. Це означає, що, знаючи два сліди площини, можна точно визначити її положення у просторі. Наприклад, якщо відомі горизонтальний і фронтальний сліди, то вони однозначно визначають площину, яка проходить через ці дві лінії. Цей метод є ефективним і наочним способом визначення площини в системі координат, що значно полегшує виконання складних геометричних побудов та аналіз просторових відносин між об'єктами.

3.3.2. Розташування площини у просторі

Розташування площини у просторі можна класифікувати за аналогією з класифікацією прямих. Залежно від взаємного положення площини і площин проєкцій площини поділяються на площини загального й особливого положення.

Площина загального положення – якщо площина не перпендикулярна і не паралельна жодній з площин проєкцій, її називають площиною загального положення. Це означає, що така площина займає довільне положення в просторі відносно площин проєкцій, а її сліди не мають особливих симетричних властивостей. У цьому разі для побудови комплексного креслення площини необхідно вказати її сліди на всіх трьох площинах проєкцій, щоб повністю визначити її положення.

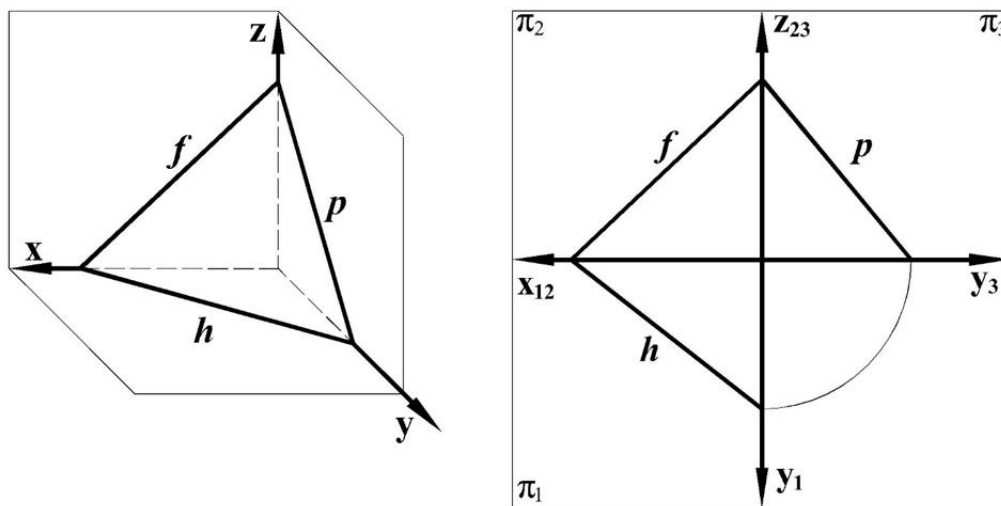


Рис. 3.13. Площина загального положення

Властивість площини загального положення:

- всі проєкції багатокутника, розташованого в площині загального положення, є такими ж (за кількістю сторін) багатокутниками. Це означає, що якщо багатокутник, наприклад трикутник або чотирикутник, лежить у площині загального положення, то його проєкції на всі три площини проєкцій (горизонтальну, фронтальну та профільну) будуть зберігати форму багатокутника з такою самою кількістю сторін.

Площини особливого положення: площини особливого положення мають більш специфічні властивості відносно площин проєкцій. Вони можуть бути розділені на два основні типи:

Проекційні площини (рис. 3.14–3.16) – площини, які перпендикулярні одній з площин проєкцій, називають проєкційними площинами. Залежно від того, до якої площини проєкцій вони перпендикулярні, їх поділяють:

- на горизонтально-проекційні площини – перпендикулярні до горизонтальної площини проєкцій (π_1);
- на фронтально-проекційні площини – перпендикулярні до фронтальної площини проєкцій (π_2);
- на профільно-проекційні площини – перпендикулярні до профільної площини проєкцій (π_3).

Наприклад, горизонтально-проекційна площина перетинає горизонтальну площину проєкції (π_1) по лінії і має слід на інших двох площинах проєкцій.

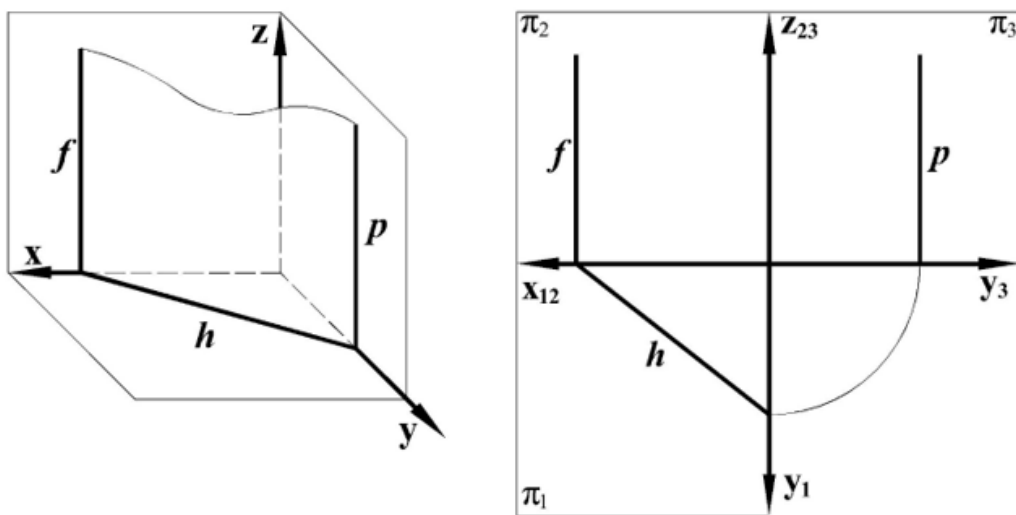


Рис. 3.14. Горизонтально-проекційна площина

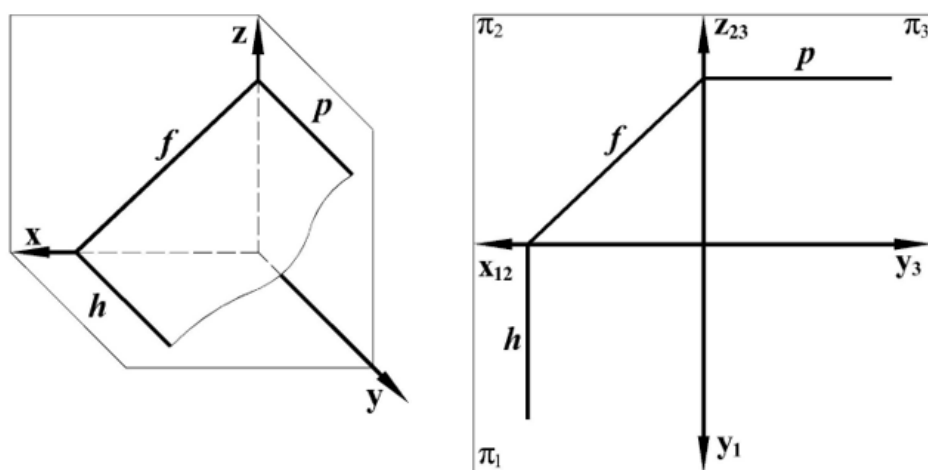


Рис. 3.15. Фронтально-проекційна площина

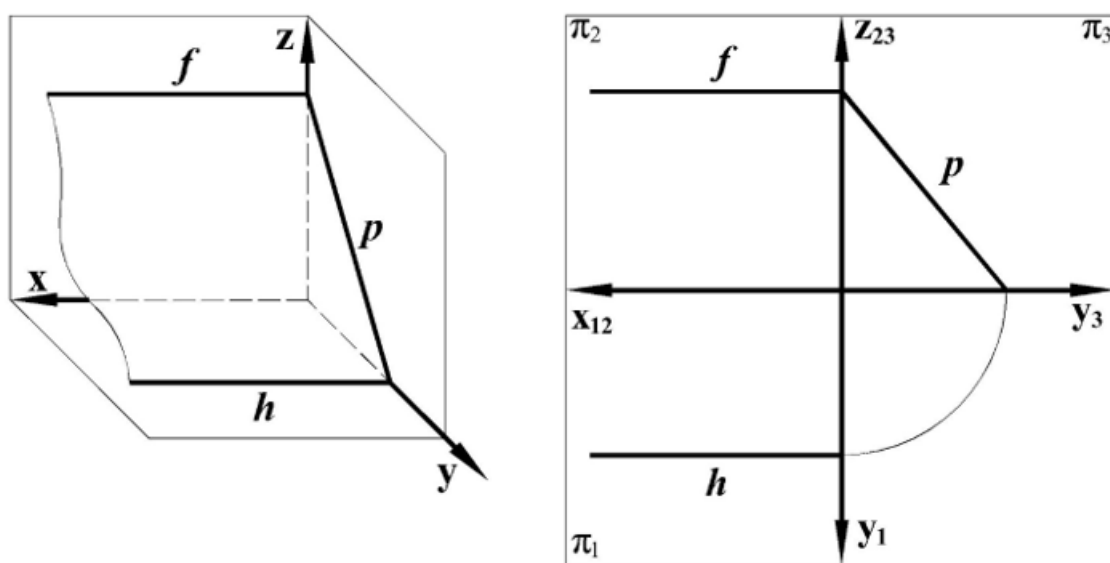


Рис. 3.16. Профільно-проекційна площина

Властивості проєкційних площин:

- збиральна властивість сліду – будь-який об'єкт, що лежить у проєкційній площині, проєкується на відповідний слід цієї площини. Це означає, що якщо об'єкт, наприклад точка або пряма, лежить у проєкційній площині, його проєкція на ту площину, до якої проєкційна площина перпендикулярна, буде збігатися з її слідом. Ця властивість сліду називається збиральною;
- кути нахилу проєкційної площини до площин координат проєктуються без спотворень на ту площину, до якої вона перпендикулярна. Це означає, що якщо проєкційна площина нахилена під певним кутом до однієї з площин координат, цей кут буде збережений на площині, до якої проєкційна площина перпендикулярна.

Площини рівня (рис. 3.17–3.19) – площини, що паралельні одній з площин проєкцій, називаються площинами рівня. Вони також можуть бути поділені:

- на горизонтальні площини – паралельні до горизонтальної площини проєкцій (π_1);
- на фронтальні площини – паралельні до фронтальної площини проєкцій (π_2);
- на профільні площини – паралельні до профільної площини проєкцій (π_3).

Такі площини називаються двоїсто проєкційними, оскільки вони перпендикулярні двом площинам проєкцій і їхні сліди на цих площинах збігаються в точку. Наприклад, горизонтальна площина рівня буде мати горизонтальний слід, який збігається з відповідною віссю координат, а на інших площинах проєкцій буде відображена у вигляді прямої, паралельної відповідним осям.

Варто звернути увагу, що під час ідентифікації площини слід вибирати таке її позначення, яке найбільш точно характеризує її положення. Наприклад, якщо площина є горизонтальною площиною рівня, її слід позначати відповідно до її положення відносно площин проєкцій.

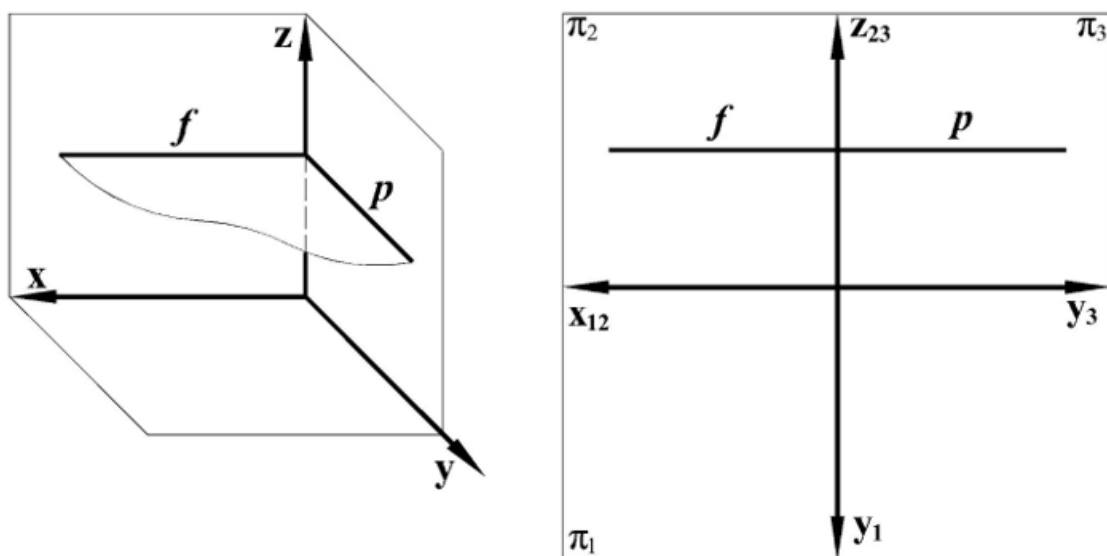


Рис. 3.17. Горизонтальна площина

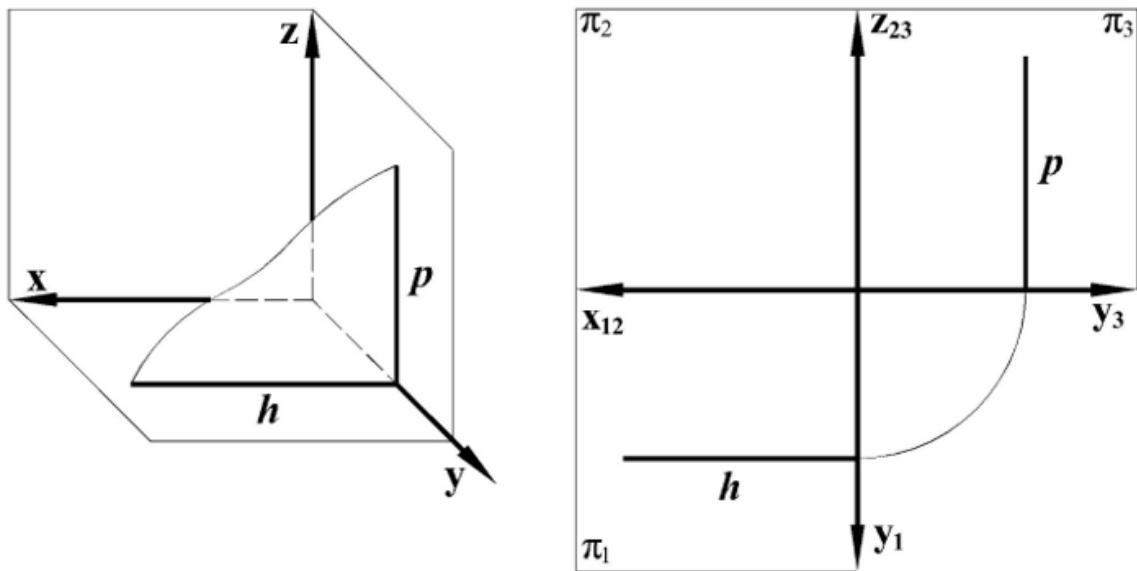


Рис. 3.18. Фронтальна площина

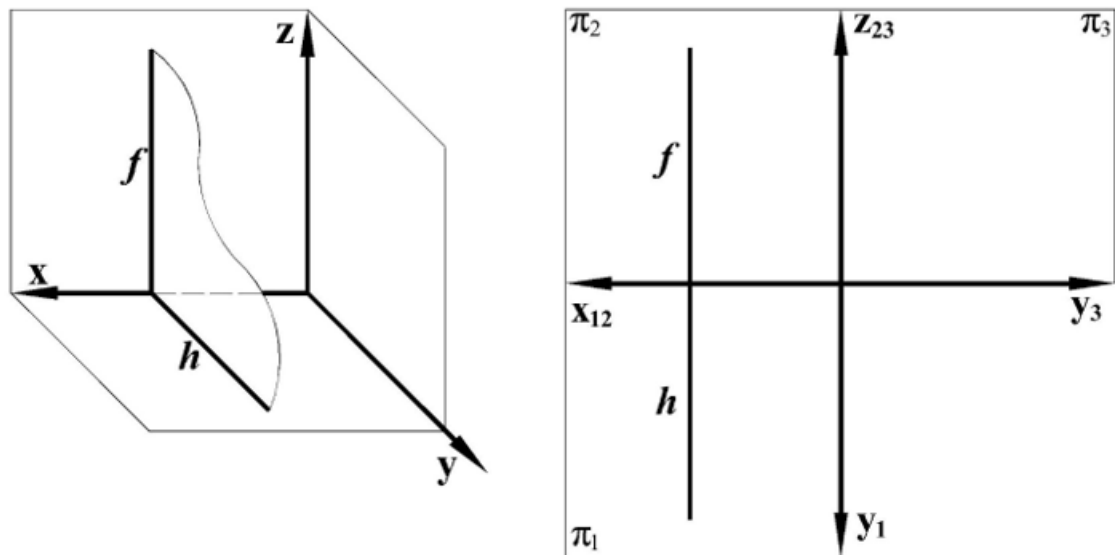


Рис. 3.19. Профільна площина

Властивості площин рівня:

- площини рівня, будучи двоїсто проєкційними, мають всі властивості проєкційних площин. Це означає, що будь-який об'єкт, що лежить у площині рівня, проєкується на відповідний слід площини. Наприклад, якщо об'єкт лежить у горизонтальній площині рівня, його проєкція на горизонтальну площину проєкцій (π_1) збігатиметься з його положенням у реальному просторі. Ця властивість дозволяє використовувати площини рівня для точного визначення положення об'єктів у просторі без спотворень їх форми;
- будь-яка фігура, що лежить у площині рівня, проєкується на відповідну площину без спотворень. Це означає, що, якщо багатокутник, окружність чи інша фігура лежить у площині рівня, її проєкція на відповідну площину проєкцій буде збігатися з її дійсними розмірами та формою.

3.3.3. Точка і пряма у площині

Для побудови в заданій площині геометричних об'єктів використовуються такі теоретичні положення:

- точка належить площині, якщо вона розташовується на лінії, що належить цій площині. Точка вважається такою, що належить площині, якщо вона розташована на лінії, що належить цій площині. Це означає, що якщо у нас є площина і лінія в цій площині, то будь-яка точка на цій лінії також належить площині;

- пряма належить до площини, якщо вона проходить через дві точки, що належать цій площині, або через одну з таких точок паралельно до будь-якої іншої лінії площини. Пряма також може належати площині, якщо вона проходить через одну точку, що належить площині, і при цьому є паралельною до будь-якої іншої лінії цієї площини.

Отже, якщо необхідно побудувати точку, що лежить у площині, спочатку підбирають лінію, що лежить у цій площині, а вже на ній вказують точку. І навпаки, якщо треба побудувати пряму в площині, підбирають пару точок, через які ця лінія проходить (або вказують точку і напрямок прямої), і тільки після цього наносять шукані проєкції.

На рис. 3.20 показаний приклад побудови точки **D**, що належить до площини, заданої трикутником **ABC**. *Послідовність побудови* така (див. стрілки на лініях рівня): задається одна з проєкцій прямої, що належить площині **ABC** (наприклад, відрізок **A₁E₁**, – його кінці розташовуються на прямих, що попередньо належать площині), далі відновлюється його друга проєкція (**A₂E₂**) і, нарешті, на обох цих проєкціях обирається несутеречлива точка **D**.

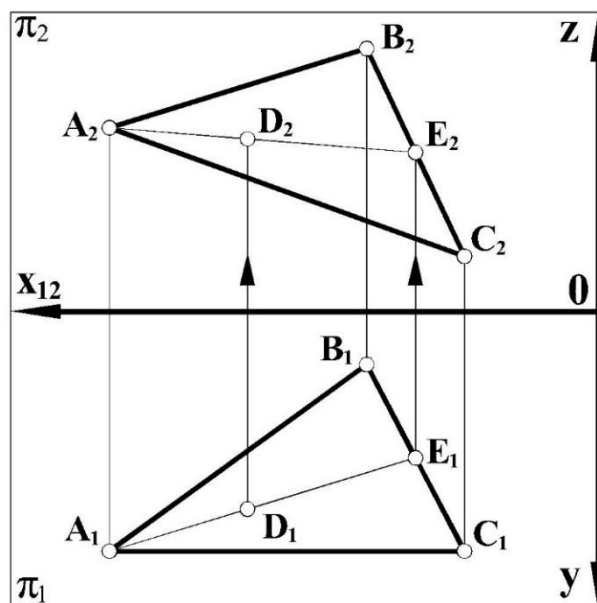


Рис. 3.20. Головні лінії площини (горизонталь та фронталь)

3.3.4. Головні (особливі) лінії площини

Головні лінії рівня – це лінії, що належать до заданої площини. Це означає, що всі точки цих ліній розташовані на одній площині. Головні лінії рівня можуть бути будь-якими лініями, які проходять через площину, наприклад, перетин з горизонтальною, фронтальною або профільною площинами проєкцій.

Для побудови головних ліній рівня використовується технічний прийом, розглянутий у підрозділі 2.3.2, який може містити методи проєкцій, перетинів або інших геометричних конструкцій, що дозволяють точно визначити і зобразити ці лінії.

Головні лінії часто використовуються для створення допоміжних побудов. Вони допомагають визначити точне розташування таких інших геометричних об'єктів, як перетини, кути нахилу і взаємодії між різними частинами конструкцій. Це може бути корисно для перевірки точності побудов, уточнення геометричних деталей або для створення точних проєкцій.

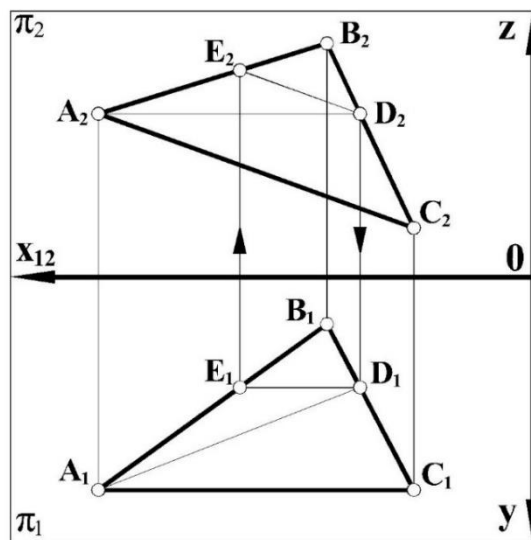


Рис. 3.21. Побудова горизонталі та фронталі площини трикутника ABC

На рис. 3.21 показано приклад побудови горизонталі **AD** (побудова починається з нанесення її проєкції **A₂D₂**, паралельної осі **x₁₂**) і фронталі **DE** (**E₁D₁** паралельна **x₁₂**) для площини, заданої трикутником **ABC**.

3.3.5. Взаємне положення прямої та площини

Якщо пряма не паралельна площині, то вона перетинає її в точці, яку називають *точкою зустрічі прямої і площини*. Знайдемо таку точку для прямої (**a**) та площини (**ABC**), показаних на рис. 3.22 (шукана точка позначена на ньому буквою **K**).

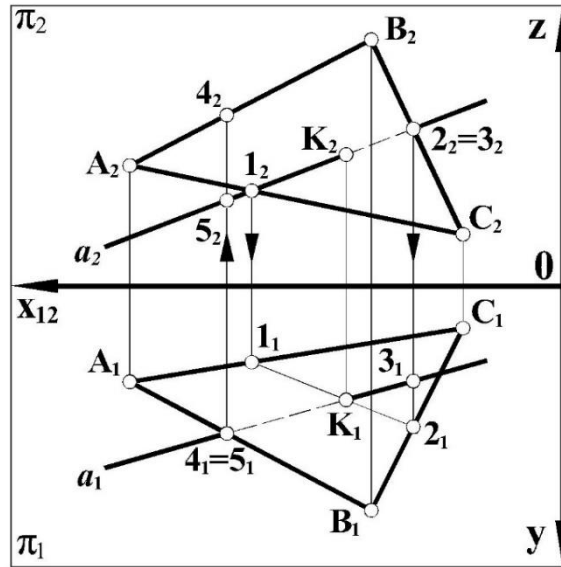


Рис. 3.22. Побудова точки перетину прямої з площиною

Очевидно, що проєкції точки **К** мають розташовуватись на відповідних проєкціях прямої **a**. Щоб визначити її положення більш точно, побудуємо *ще одну* пряму, що проходить через цю точку. Як таку можна вибрати лінію перетину площини трикутника **АВС** з якою-небудь *допоміжною площиною*, проведеною через пряму **a**. Лінія перетину двох площин, це безліч точок, що належать відразу двом площинам. Точка **К** належить і площині трикутника, і прямій **a**, а отже, і площині, проведеній через цю пряму. Тобто, належачи відразу двом площинам, вона повинна лежати на вказаній лінії перетину. Як допоміжну площину доцільно обрати *проєкційну* площину, оскільки у цьому разі одна з проєкцій шуканої лінії перетину буде задана «автоматично» (будь-який об'єкт, що лежить у проєкційній площині, проєкціюється на її *відповідний* слід – див. підрозділ 2.4.2).

Проведемо через лінію **a** допоміжну *фронтально-проєкційну* площину. Ця площина перетне відрізок **АС** у точці **1**, а відрізок **ВС** у точці **2**. *Фронтальні* проєкції цих точок повинні бути на *фронтальній* проєкції прямої **a** (сюди проєктуються *будь-які* об'єкти, що розташовані у проведеній нами площині) і на *фронтальних* проєкціях відповідних відрізків. За фронтальними проєкціями точок **1** та **2** відновлюємо їхні *горизонтальні* проєкції. Ще раз наголосимо, що точка **1** лежить на **АС**, а точка **2** на **ВС**. Знайдені точки належать і площині трикутника, і проведеній нами площині, тобто лежать на лінії їхнього перетину. Поеднавши проєкції прямої, одержуємо *горизонтальну* проєкцію згаданої лінії перетину. Саме на ній має бути *горизонтальна* проєкція точки **К** – на ній і на відрітку **a1**. Є тільки одна точка, розташована на горизонтальних проєкціях обох цих прямих. Вона і є точкою **К1**. З'ясувавши положення **К1**, знаходимо **К2**, провівши відповідну лінію зв'язку.

На кожній з проєкцій лінія a з одного боку точки зустрічі лежить над площиною, а з іншого – під нею. Щоб з'ясувати на *фронтальній* проєкції, у якому місці вона видима, а в якому ні, можна порівняти дві точки, які належать прямій і площині, і збігаються у своїх фронтальних проєкціях (точки **2** і **3** на рис.: **2** належить площині **ABC**, а **3** – прямій a). Аналіз *горизонтальних* проєкцій цих точок показує, що точка **2** більш віддалена від фронтальної площини проєкцій, а отже, вона знаходиться ближче до спостерігача, що розглядає цю площину. Тобто сторона трикутника **BC** у цьому місці знаходиться на передньому плані, а пряма a на задньому. Це означає, що відрізок 3_2K_2 має бути показаний пунктиром. Лівіше точки **K**₂ пряма a_2 виходить на передній план. Аналогічні міркування, проведені для точок **4** і **5**, дозволяють відшукати приховану ділянку прямої a на горизонтальній проєкції.

3.3.6. Перетин двох площин

Лінія перетину двох площин може бути задана або *двома точками* (що належать обом площинам), або *однією* з таких точок і своїм *напрямком*. Якщо хоча б одна з площин займає особливе положення (саме цей випадок ми розглядали у попередньому розділі, після введення допоміжної площини), одна з проєкцій лінії перетину збігається з відповідним *слідом* цієї площини. Інші проєкції будуються за правилами проєкційного зв'язку.

Якщо потрібно знайти лінію перетину площин *загального положення*, діють таким чином. Спочатку вирішують задачу, розглянуту в попередньому розділі, обравши як лінію a (див. рис. 3.22) пряму, що належить *одній* площині (наприклад, сторону, що задає цю площину трикутника), а як площину, з якою ця пряма зустрічається, *другу* задану площину. В результаті одержують точку, що належить відразу двом площинам, які перетинаються (і третьою, допоміжною, проведеною через обрану пряму). Потім цю ж задачу вирішують *ще раз*, обравши як a *іншу* лінію, тобто отримують *ще одну* точку, що належить одразу двом площинам. Через дві знайдені точки проходить шукана лінія перетину.

Найпростіші випадки побудови лінії перетину двох площин (відрізок **1-2**) показані на рис. 3.23. У варіанті а) площина загального положення, задана лініями a і b , перетинається з горизонтально-проєкційною площиною, заданою слідами h і f . У варіанті б) перетинаються дві площини загального положення, задані своїми слідами h' , h'' , f' та f'' . Більш складний варіант перетину площин розглянуто у прикладі іншого індивідуального графічного завдання (підрозділ 5.2.2).

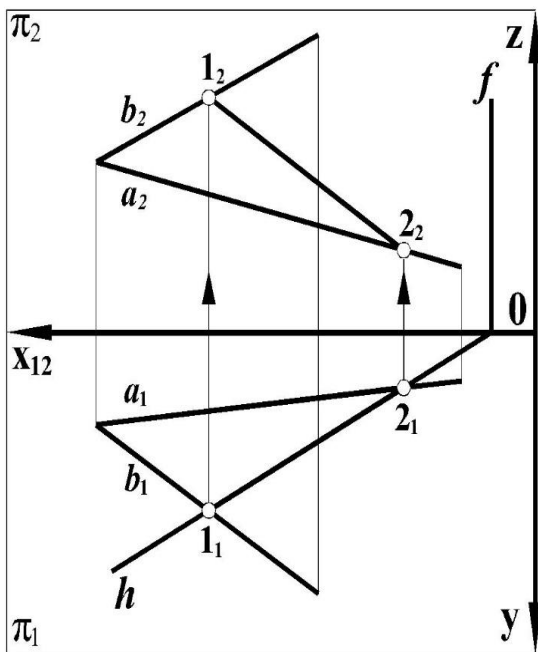


Рис. 3.23а. Проекції точки

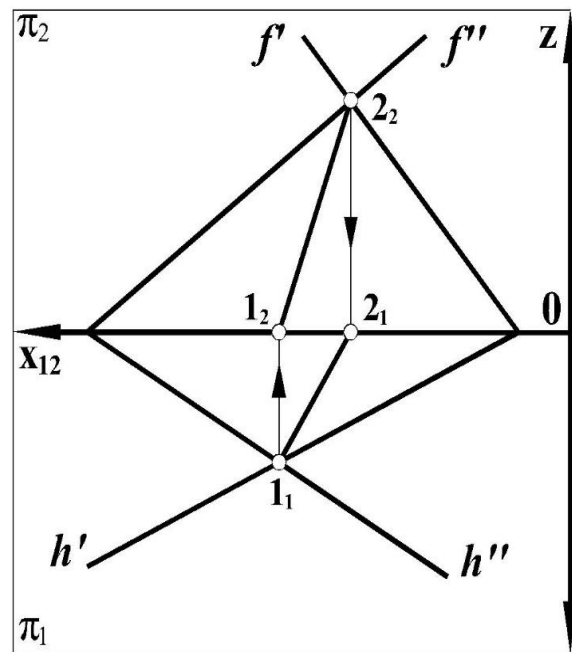


Рис. 3.23б. Проекції точки

3.4. КОМПЛЕКСНЕ КРЕСЛЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНОГО ТІЛА

Для побудови комплексного креслення геометричного тіла достатньо побудувати креслення, що обмежує його поверхню. Це фундаментальний принцип технічного креслення, який дозволяє ефективно зображувати тривимірні об'єкти на двовимірній площині. Такий підхід забезпечує точне відображення форми та розмірів об'єкта, зберігаючи при цьому чіткість та читабельність креслення.

На практиці реальну поверхню зазвичай зображують у вигляді сукупності фрагментів чотирьох основних типів: плоских, конічних, циліндричних та сферичних. Кожен з цих типів поверхонь має свої особливості та методи зображення. Плоскі поверхні є найпростішими для зображення, тоді як криволінійні поверхні (конічні, циліндричні та сферичні) вимагають більш складних технік зображення. Вміння правильно зображати ці типи поверхонь є ключовим навиком для інженерів та проєктувальників.

Проекції ліній перетину цих фрагментів і утворюють креслення. Ці лінії перетину є критично важливими елементами креслення, оскільки вони визначають форму та контури об'єкта. Правильне зображення цих ліній вимагає глибокого розуміння геометрії та принципів проєкційного креслення.

Контури тіла, які закриваються поверхнею, показують штриховою лінією (див. підрозділ 3.2.3). Це важливий аспект технічного креслення, який допомагає відрізнити видимі частини об'єкта від невидимих. Використання штрихових ліній для невидимих контурів є стандартною практикою, яка покращує читабельність та розуміння креслення.

3.4.1. Поверхні, сформовані площинами

Геометричні тіла, обмежені *площинами*, називаються *багатогранниками*. Плоскі фрагменти їхньої поверхні (за формою це *багатокутники*) називають *гранями*, а лінії перетину граней (сторони багатокутників) – *ребрами*. На рис. 3.24 і 3.25 показані приклади просторових і комплексних креслень найпоширеніших типів багатогранників – *призм* і *пірамід*.

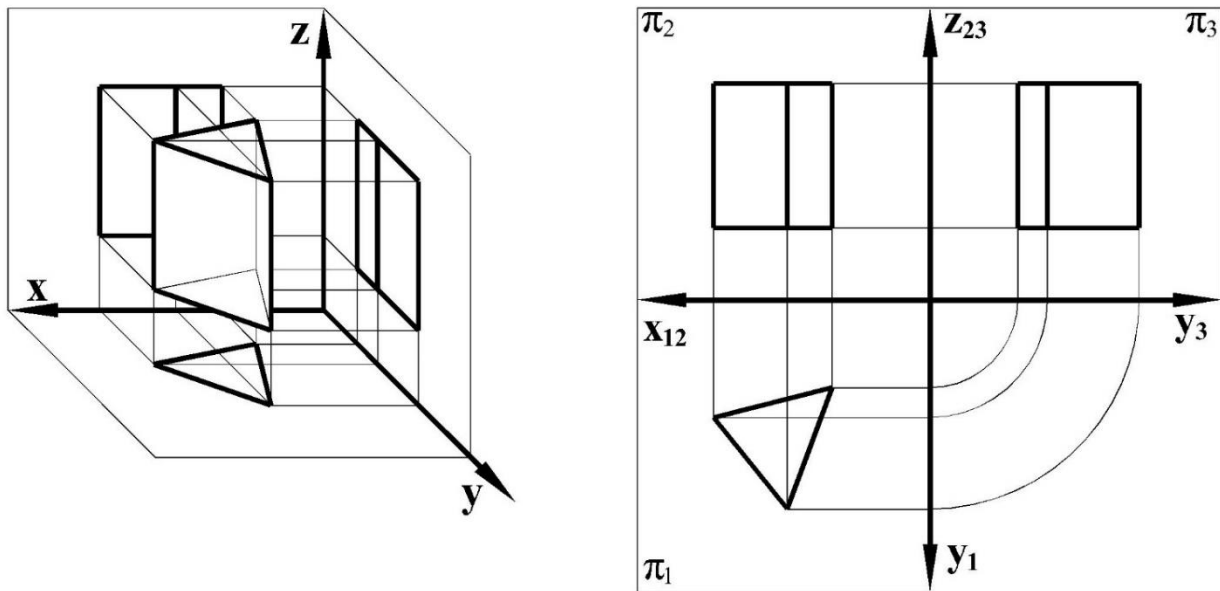


Рис. 3.24. Пряма трикутна призма

Призма називається *прямою*, якщо площини бічних граней *перпендикулярні* до площини основи. *Пряма* призма називається *правильною*, якщо її основа – *правильний* багатокутник. Піраміда називається *правильною*, якщо в її основі лежить *правильний* багатокутник, а її висота проходить через центр основи.

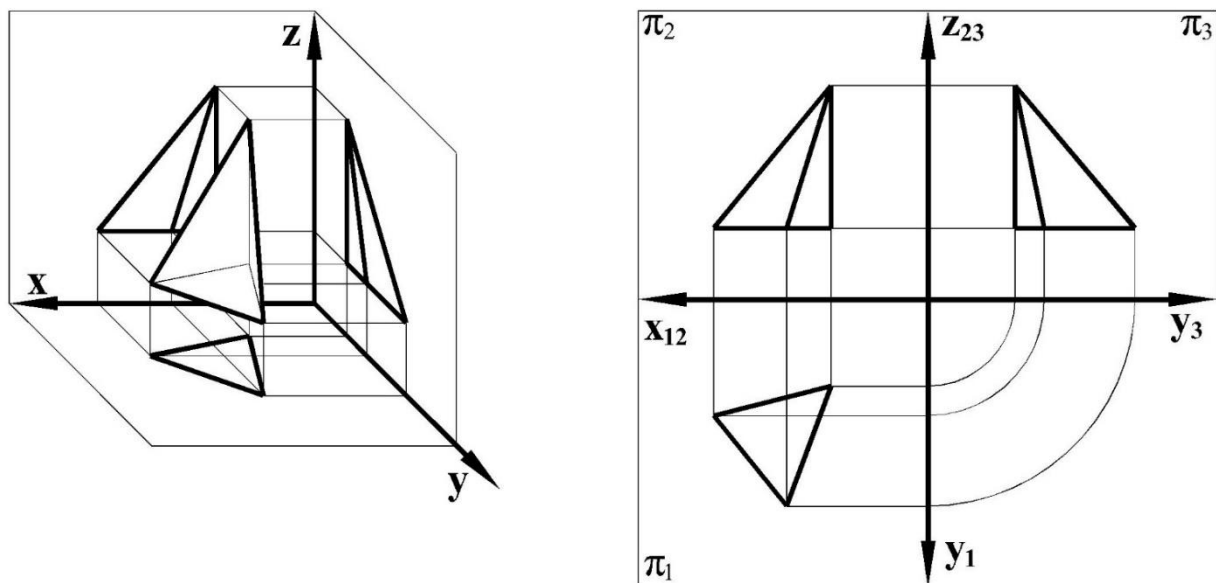


Рис. 3.25. Трикутна піраміда

3.4.2. Поверхні обертання

Поверхні обертання – це геометричні поверхні, які утворюються шляхом обертання певної лінії (твірної) навколо нерухомої осі. При цьому твірна лінія може бути прямою або кривою, а результат обертання залежить від її форми і положення відносно осі обертання.

Найпростішими поверхнями обертання є *конічна, циліндрична і сферична*. Конічна поверхня формується, коли твірна лінія обертається навколо осі, що проходить через вершину конуса. Це може бути конічна поверхня з апексом (вершиною) або без нього залежно від того, чи має конус вершину, чи є відкрита поверхня. Під час обертання твірної лінії, яка є прямою, навколо осі, утворюється класичний конус, зокрема прямий конус, у якого твірна є прямою, що перпендикулярна до основи.

Циліндрична поверхня утворюється, коли твірна лінія обертається навколо осі, яка залишається паралельною до неї. У результаті формується циліндр, який має дві паралельні основи, що є однаковими кругами, і бічні поверхні, що утворені унаслідок обертання твірної лінії. Циліндрична поверхня може бути як прямою, так і нахиленою залежно від кута нахилу твірної лінії відносно осі.

Сферична поверхня утворюється, коли твірна лінія обертається навколо осі, яка є її центральною віссю. У цьому разі будь-яка точка твірної лінії описує круг, а результатом є сфера – геометричне тіло, всі точки якого рівновіддалені від центра, має властивості рівномірного вигину в усіх напрямках.

Рис. 3.26–3.28 ілюструють просторові та комплексні креслення цих поверхонь обертання. На цих рисунках відображено, як твірна лінія формує різні види поверхонь, змінюючи свої параметри і позицію відносно осі обертання. Просторові креслення дозволяють візуалізувати ці поверхні у тривимірному просторі, тоді як комплексні креслення допомагають детальніше зрозуміти проєкцію і властивості цих поверхонь у двовимірному відображенні.

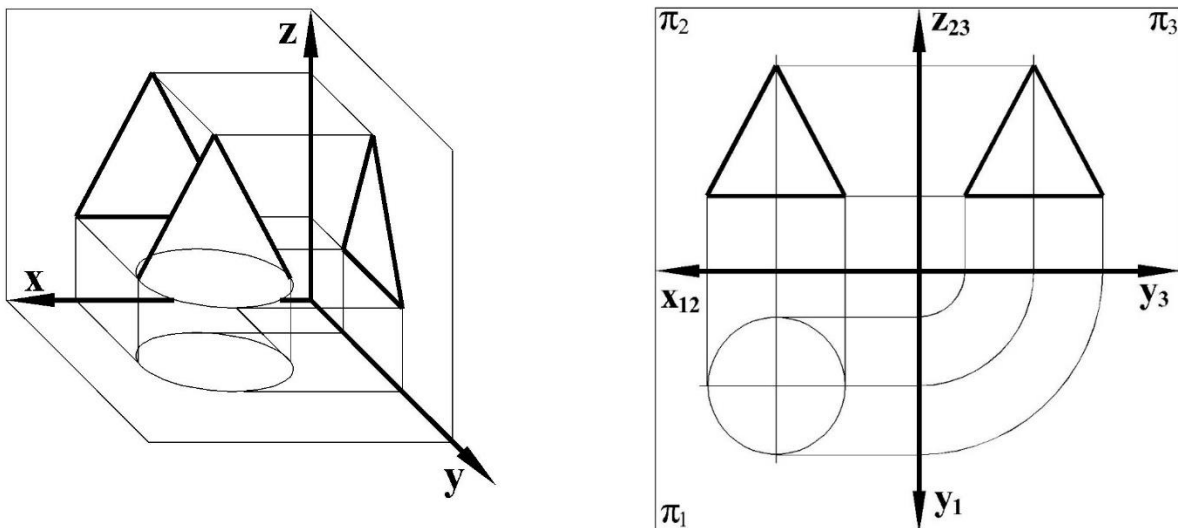


Рис. 3.26. Конічна поверхня

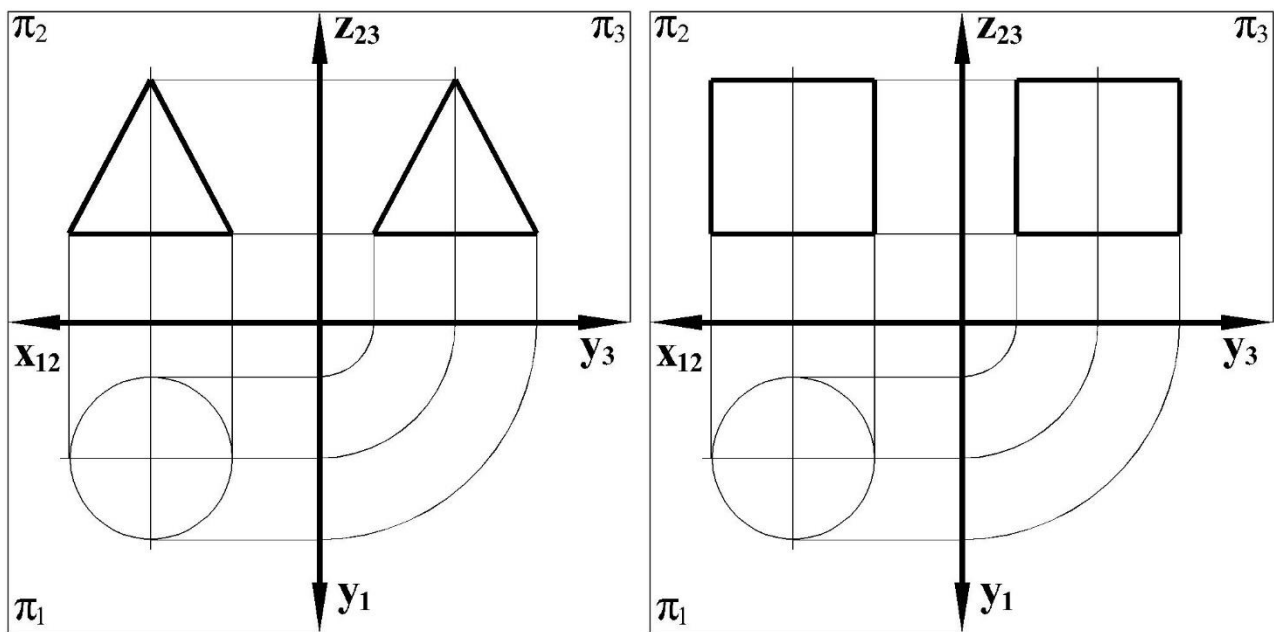


Рис. 3.27. Циліндрична поверхня

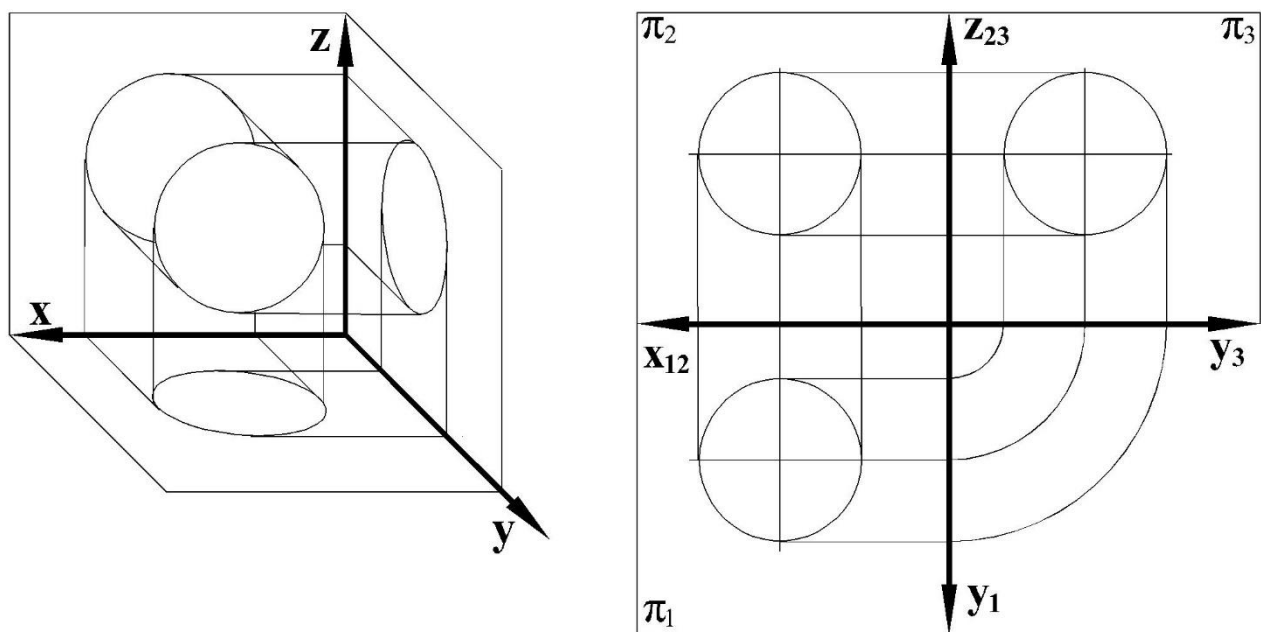


Рис. 3.28. Сферична поверхня

3.4.3. Перетин поверхні площиною

Фігура, що отримується у разі перетину поверхні площиною, називається *перерізом*. На кресленні перерізи *заштриховують*. Штрихування виконується тонкими прямими лініями, нахиленими під кутом 45° до ліній рамки і розташованими на відстані від 1 до 10 мм одна від одної залежно від площі штрихованої ділянки (у навчальних роботах рекомендована відстань 2-3 мм). Якщо штрихування виявляється *паралельним* сторонам штрихованої фігури, замість кута 45° використовують

кут у 30° або 60° . На всіх проєкціях того самого перерізу параметри штрихування не змінюються.

Для побудови перерізу послідовно знаходяться, а потім з'єднуються між собою точки перетину (*зустрічі*) січної площини з ребрами тіла, що розглядається, або ж з допоміжними лініями, проведеними на його поверхні. Найбільш просто ця задача вирішується тоді, коли січна площина виявляється *проєкційною*.

На рис. 3.29, 3.30 показані приклади побудови перерізів простих геометричних тіл *фронтально-проєкційними* площинами. Ключові точки на кресленні виділені кружками, послідовність їхньої побудови вказана стрілками на лініях зв'язку.

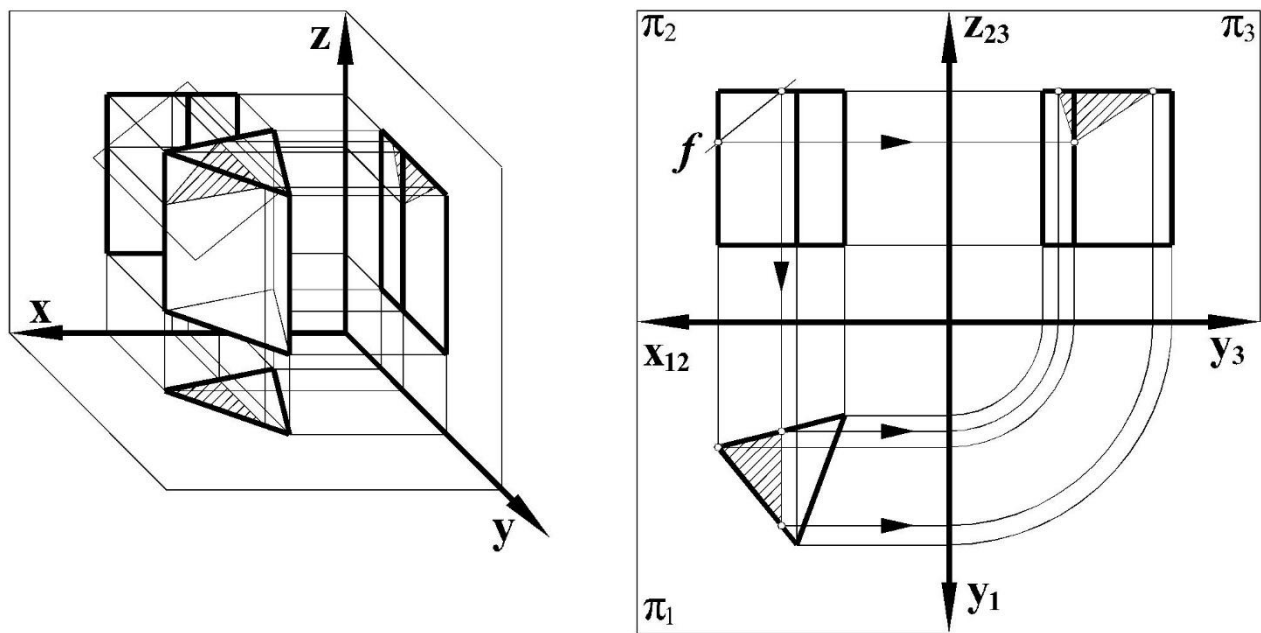


Рис. 3.29а. Переріз прямої трикутної призми фронтально-проєкційною площиною

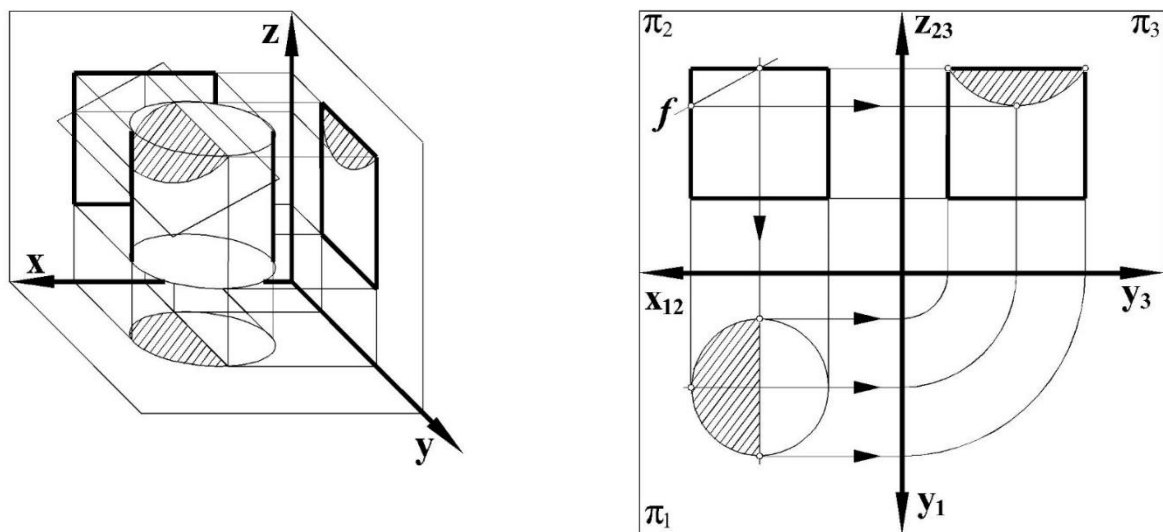


Рис. 3.29б. Переріз циліндра фронтально-проєкційною площиною

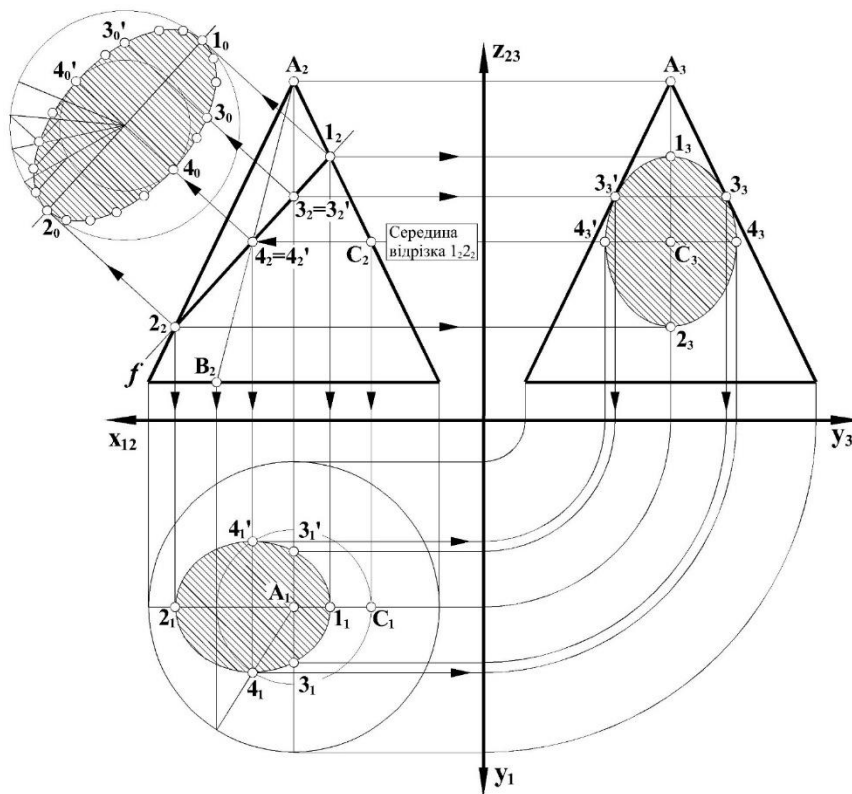


Рис. 3.30. Переріз прямого кругового конуса фронтально-проекційною площиною

Коментар до рис. 3.30. Точки 1, 2, 3 контуру перерізу розташовуються на *твірних* конуса, що займають *особливе* положення, і тому легко знаходяться за допомогою правил проекційного зв'язку. Для побудови додаткових точок (наприклад, 4 і 4') необхідно провести через них *допоміжні* лінії на поверхні тіла. Як такі можна використовувати або *твірні* конуса (наприклад, AB), або *коло*, отримане в результаті перетину конуса *горизонтальною* площиною (центр цього кола розташовується на осі конуса, а саме коло проходить через точки 4, 4' і C). Після цього відсутні проєкції шуканої точки перебувають у побудованих допоміжних лініях за допомогою правил проекційного зв'язку.

Якщо площина перерізу не є площиною рівня, утворений нею переріз на всіх трьох проєкціях спотворено. Для його побудови в *натуральну величину* потрібно подивитись на перетин уздовж прямої перпендикулярної його площині. У цьому випадку переріз являє собою *еліпс*, велика вісь якого дорівнює відрізку 1_22_2 , а мала – відрізку $4_14_1'$ (зверніть увагу, що фронтальні проєкції точок 4 і 4' розташовуються посередині фронтальної проєкції великої осі еліпса, тобто посередині відрізка 1_22_2). Знаючи розміри осей, контур перерізу можна побудувати за точками, використовуючи стандартну процедуру побудови еліпса (див. підрозд. 3.1.3). Інший варіант побудови базується на *реперних* (опорних) точках, які вже намічені на комплексному кресленні. Водночас поздовжнє зміщення (вздовж *великої* осі еліпса) точок контуру

перерізу відносно довільно обраної базової точки (наприклад, точки **1**) можна визначити за фронтальною проєкцією перерізу, а поперечне – за горизонтальною проєкцією, як різницю координат y для базової та шуканої точки (наприклад, відрізок $3_03_0'$ дорівнює за величиною відрізка $3_13_1'$, а відрізок $4_04_0'$ – відрізка $4_14_1'$).

3.4.4. Перетин поверхонь

Для побудови лінії перетину поверхонь зазвичай використовується метод *площин-посередників*. Суть його полягає в тому, що спочатку відшукуються лінії перетину досліджуваних поверхонь з якоюсь *допоміжною* площиною, що займає, як правило, *особливе* положення (це спрощує побудову), а потім проводиться пошук загальної точки знайдених ліній – вона, очевидно, належить *обом* вихідним поверхням, тобто розташовується на лінії їхнього перетину. Подібні точки будуються до того часу, поки конфігурація шуканої лінії стане чіткою у всіх необхідних деталях. Після цього знайдені точки з'єднуються за допомогою лінійки чи лекала. Метод площини-посередника був використаний нами для визначення точки зустрічі прямої з площиною (див. підрозд. 2.4.5).

4. АКСОНОМЕТРИЧНІ ПРОЄКЦІЇ

Під час побудови комплексного креслення деталей зазвичай розміщують так, щоб її основні лінії (наприклад, ребра) були *паралельні* осям координат, що істотно спрощує побудову креслення та його подальше розшифрування. Разом з тим наочного уявлення про форму виробу в цьому випадку не виникає, оскільки на будь-якій проєкції відсутня інформація про один із вимірів. Щоб за єдиною проєкцією можна було оцінити і форму виробу, і його справжні розміри, використовують так звані *аксонометричні проєкції*. Для їхньої побудови передбачається, що виріб зберігає свою орієнтацію щодо осей координат, проте погляд спостерігача проходить не вздовж однієї з цих осей, а вздовж деякої лінії *загального положення*. У результаті на картинну площину (перпендикулярну погляду спостерігача) проєктуються *всі* три координатні осі (жодна з них не є перпендикулярною до картинної площини), а тому всі три виміри деталі відображаються на кресленні. Звернемо увагу, що один з напрямків – паралельний погляду спостерігача – втрачається і в цьому випадку, проте він не є головним (не несе суттєвої інформації про оригінал), а тому креслення загалом виявляється більш інформативним.

4.1. ВЛАСТИВОСТІ, ВИДИ ТА ОСОБЛИВОСТІ ПОБУДОВИ АКСОНОМЕТРИЧНИХ ПРОЄКЦІЙ

Аксонометричні проєкції, окрім зручності сприймання об'єкта, також дозволяють точно визначати його справжні розміри вздовж кожної з координатних осей. Це досягається завдяки тому, що заздалегідь суворо обумовлюється як *орієнтація* осей, так і їхнє «градування» – величини мірних відрізків, що використовуються, або ж *ступінь спотворення по аксонометричних осях*.

Щоб визначити ступінь спотворення, вводять коефіцієнти спотворення для аксонометричних осей. Якщо на основних осях координат відкласти рівні відрізки, то на аксонометричних осях ці відрізки будуть зображені у спотвореному вигляді. Співвідношення між реальними та спотвореними відрізками визначає коефіцієнти спотворення.

Якщо такий показник дорівнює 1, спотворення немає (1 мм уздовж аксонометричної осі відповідає 1 мм уздовж координатної). Якщо показник дорівнює 0,5 (для зручності побудови і розшифрування креслення вибираються «прості» коефіцієнти спотворення) зображення уздовж аксонометричної осі «стискається» у 2 рази.

Це спотворення впливає на всі розміри предмета на його аксонометричному зображенні.

Залежно від співвідношення коефіцієнтів спотворення аксонометричні проєкції поділяються:

на *ізометричні* – всі коефіцієнти спотворення однакові;

на *диметричні* – два коефіцієнти спотворення рівні, а один відрізняється;

на *триметричні* – всі коефіцієнти спотворення різні.

Залежно від кута нахилу проєктувальних променів до площини аксонометричних проєкцій (кута проєктування), аксонометричні проєкції поділяються:

на *прямокутні* – проєктувальні промені перпендикулярні аксонометричній площині проєкцій (кут проєктування дорівнює 90°);

на *косокутні* – проєктувальні промені не перпендикулярні аксонометричній площині проєкцій (кут проєктування не дорівнює 90°).

Аксонометричні проєкції, як і паралельні, мають деякі властивості:

Аксонометрична проєкція відрізка прямої також є прямою. Під час проєктування об'єктів прямі лінії на об'єкті не змінюють свою форму на проєкції. Це дозволяє легко зображати і відображати прямі лінії без складних трансформацій. Прямі відрізки залишаються прямими незалежно від кута нахилу проєктувальних променів. Це допомагає зберегти точність у разі відображення конструкцій і деталей об'єкта. Для технічних креслень і геометричних побудов, де точність прямолінійності критична, ця властивість забезпечує правильне відображення і простоту в подальшому аналізі.

Якщо відрізки прямих на об'єкті паралельні, то вони також залишаються паралельними на його аксонометричній проєкції. Паралельність прямокутних ліній на об'єкті не змінюється на проєкції, що дозволяє зберігати відстані і співвідношення між різними частинами конструкції. Це дозволяє легко перевіряти й аналізувати паралельність елементів конструкції без додаткових розрахунків. Вона спрощує процес створення і читання креслень. Паралельність на проєкції гарантує, що всі деталі, які мали бути паралельними в реальному об'єкті, залишаються такими і в проєктованій формі.

Аксонометрична проєкція кола зазвичай є еліпсом. Коли окружність проєктуємо на проєкційну площину, вона спотворюється внаслідок нахилу і кута проєктування, перетворюючись на еліпс. Це відбувається через те, що проєкція оригінальної круглої форми перетворюється на еліптичну через тривимірний ефект проєктування. Знання того, що коло на аксонометричній проєкції є еліпсом, важливо для правильного інтерпретування проєкцій. Це допомагає уникнути помилок в сприйнятті і розрахунках при проєктуванні. Для точного відображення кола як еліпса в аксонометричних проєкціях необхідно враховувати спотворення. Це допомагає зберігати

точність зображення і відображати геометрію об'єкта відповідно до проєкційних умов.

Можна отримати безкінечну кількість аксонометричних проєкцій, оскільки можливе безкінечне число аксонометричних площин проєкцій і напрямків проєкування до них.

Основна теорема аксонометричних проєкцій, сформульована німецьким геометром К. Польке, звучить так: «Будь-які три відрізки на площині, що виходять з однієї точки, можуть бути прийняті за паралельні проєкції (тобто аксонометричні проєкції) трьох рівних і взаємно перпендикулярних відрізків (аксонометричних осей) у просторі».

4.2. ПРЯМОКУТНА ІЗОМЕТРИЧНА ПРОЄКЦІЯ

Із декількох стандартних видів аксонометричних проєкцій найбільш простою є *прямокутна ізометрія*. За такого способу проєкціювання погляд спостерігача проходить вздовж прямої, *рівно нахиленої* до координатних осей. У результаті на картинній площині аксонометричні осі розташовуються під кутом 120° одна до одної. Для спрощення процедури побудови та розшифрування креслення, коефіцієнти спотворення по аксонометричних осях у прямокутній ізометрії вважаються рівними *одиниці* (насправді вони досягають величини 0,82). Унаслідок цього зображення в цілому виходить дещо збільшеним, хоча форма його не спотворюється.

Рис. 4.1 пояснює, яким чином співвідносяться комплексне креслення (ліворуч) та прямокутна ізометрична проєкція (праворуч) куба з намальованими на його гранях колами.

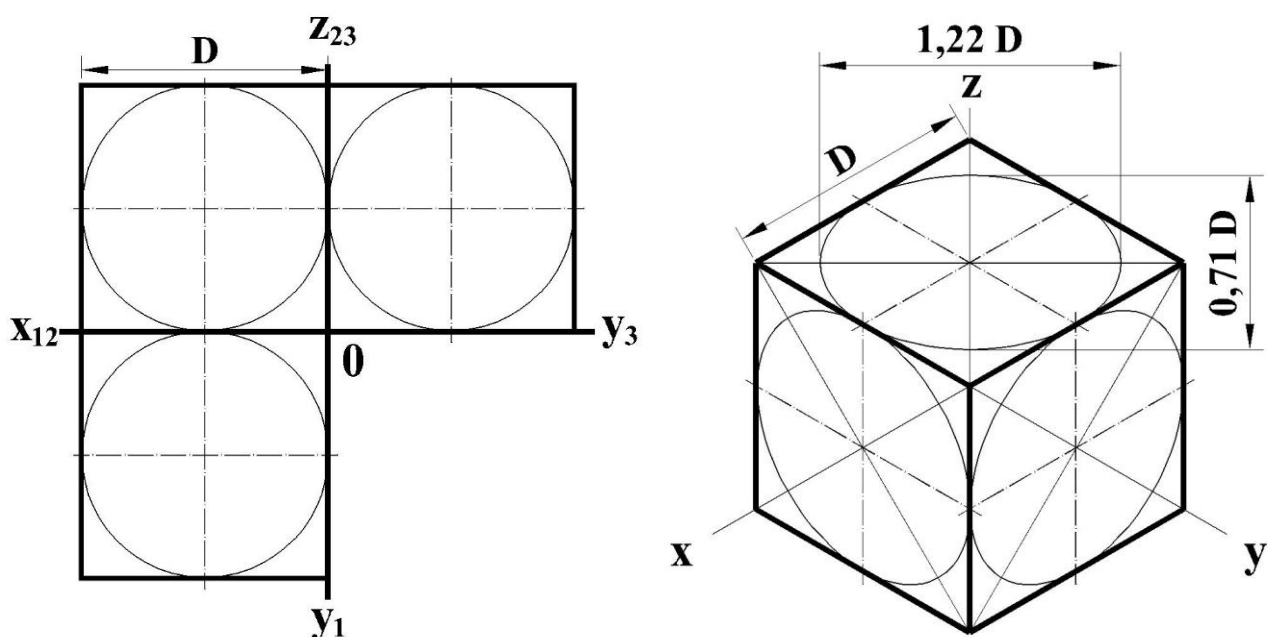


Рис. 4.1. Аксонометрія та комплексне креслення куба з колами

Часто для спрощення креслення і підвищення його наочності початок координат на аксонометричній проєкції розташовують у центрі нижньої основи зображуваного тіла, а не так, як воно розташовується на епюрі. Орієнтація осей при цьому *не змінюється*. Також, як і на інших проєкціях, на аксонометричній може бути показано *перетин* тіла площиною. Крім того, для виявлення його внутрішньої структури іноді вертикальними розрізами висікають та видаляють звернену до спостерігача четвертину цього тіла (див. графічне завдання 5.2.4).

Технологія побудови аксонометричної проєкції зводиться до послідовного побудування аксонометрії ключових точок об'єкта, що розглядається, і їхнього подальшого з'єднання за допомогою лінійки або лекала. На рис. 4.2 показані комплексні креслення та аксонометричні проєкції двох точок – з позитивними $A(2,3,1)$ та негативними $B(-2,-3,-1)$ координатами. Технологію побудови аксонометрії (крок за кроком) пояснюють стрілки.

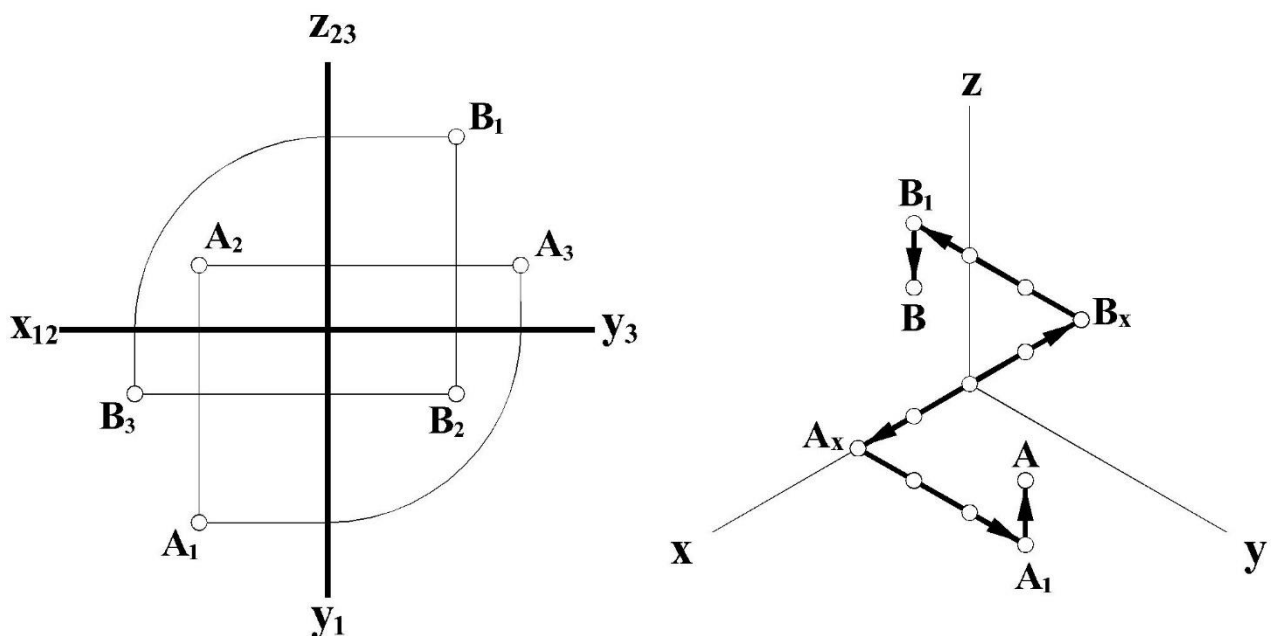


Рис. 4.2. Побудова аксонометричної проєкції точок за координатами

Для визначення аксонометричної проєкції будь-якої з точок досить побудувати *ламану*, кожна ланка якої паралельна одній з аксонометричних осей і дорівнює за величиною відповідній координаті (з урахуванням прийнятого коефіцієнта спотворення, якщо він відмінний від 1). Починається ламана в нулі, а закінчується в шуканій проєкції. Знак числа враховується для вибору напрямку, в якому слід відкласти координату, що розглядається.

5. ПРОЦЕС ПОБУДОВИ ЕЛЕМЕНТІВ ГРАФІЧНИХ СКЛАДОВИХ

У цьому розділі наведено опис необхідних робіт (дій, конструкторських та графічних рішень), рекомендованих для аналізу типових прикладів. Кожне графічне завдання передбачає розгляд типових прикладів, що демонструють основні принципи та методи нарисної геометрії.

Підходи до вирішення графічних завдань побудовані таким чином, щоб забезпечити всебічне розуміння матеріалу та підготувати майбутніх інженерів фармацевтичного та біофармацевтичного напрямку до виконання більш складних завдань у реальних умовах професійної діяльності.

5.1. ПІДГОТОВКА ДО РОБОТИ

Перше завдання присвячено вивченню загальних правил виконання креслярських робіт та порядку використання креслярських інструментів. Для опрацювання пропонуються такі теми.

5.1.1. Креслярські інструменти, матеріали та приладдя

Короткий огляд *інструментів і матеріалів*, необхідних для виконання навчальних робіт, що описуються далі.

Інструменти: лінійка, олівці (твердий та м'який), олівцева гумка, циркуль, трикутники (кути 30°, 45°, 60°), транспортир, лекала (2-3 шт.), пристрій для заточування олівців. Не обов'язкові, але бажані: рейсшина, вимірювач, трафарети (креслярський з дрібними отворами для виділення точок на кресленні та тонкий з прорізами для видалення деталей зображення без пошкодження сусідніх ліній), шматочок хутра для видалення з креслення уламків графіту.

Матеріали та приладдя: зошит у клітинку, креслярський папір формату А4 (8 аркушів), картонна папка для паперів або планшет, канцелярські кнопки (для роботи за дошкою або кульманом – спеціальним креслярським столом).

Порядок використання та підготовки креслярських інструментів: заточування олівця, грифеля циркуля, очищення олівцевої гумки, організація робочого місця, використання циркуля та вимірювача, транспортира, трафаретів, робота за кульманом.

5.1.2. Найпростіші креслярські операції

Розглядається техніка виконання деяких креслярських операцій.

Для креслення серії *паралельних* або *взаємно перпендикулярних* ліній може використовуватися прийом, показаний на рис. 5.1. Лінійка під час цієї побудови повинна залишатися нерухомою. Точність такої побудови значно вища, ніж у разі зведення перпендикуляра до попередньо накресленої прямої за допомогою одного трикутника.



Рис. 5.1. Техніка проведення паралельних та перпендикулярних ліній

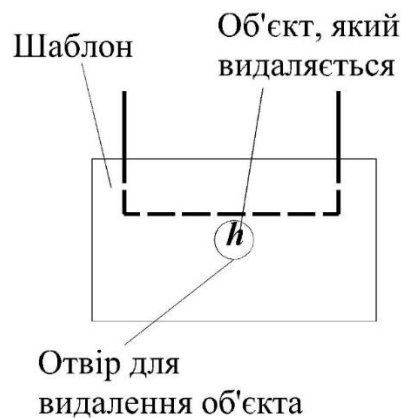


Рис. 5.2. Використання шаблону для коригування креслення

Для *видалення фрагмента* зображення без пошкодження прилеглих ліній цей фрагмент стирається через тонкий шаблон з прорізом (рис. 5.2).

З метою *побудови кривої* спочатку будуються деякі з точок, що лежать на ній (вони будуть використовуватись як ключові або «реперні»), а потім підбирається такий фрагмент *лекала* («кривої» лінійки), який дозволив би намалювати фрагмент кривої, який проходить принаймні через три з побудованих точок. Для нарощування кривої підбирається інший фрагмент лекала, і так доти, доки вся лінія не буде побудована.

5.1.3. Найпростіші геометричні побудови

Пропонуються методики виконання найпростіших геометричних побудов (як правило, їхня суть зрозуміла з наведених нижче рисунків; де необхідно, послідовність побудов зазначена стрілками).

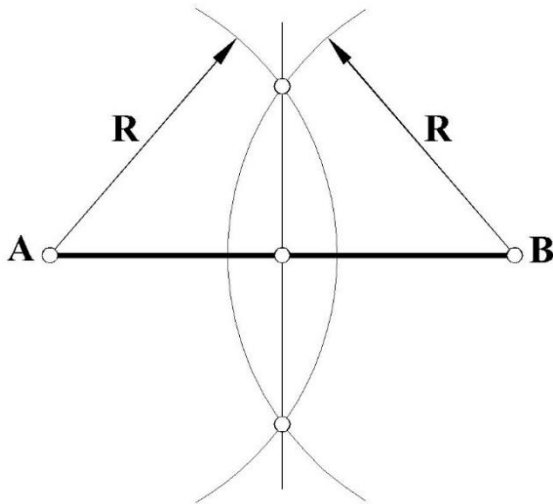


Рис. 5.3а. Поділ відрізка навпіл, зведення перпендикуляра

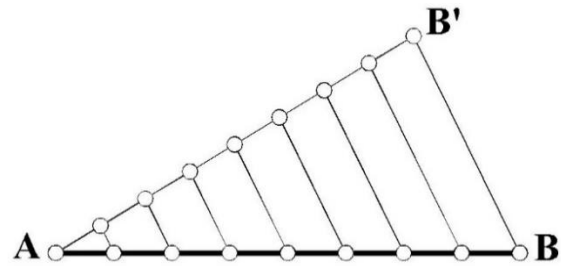


Рис. 37б. Поділ відрізка на N рівних частин: на довільно спрямованій допоміжній прямій AB' відкладається N довільних однакових відрізків, з кінців яких проводяться прямі, паралельні BB' (підстава – теорема Фалеса)

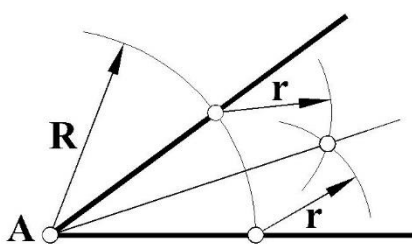


Рис. 5.4а. Поділ кута навпіл

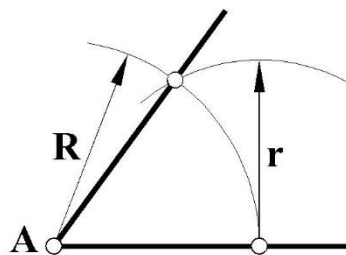
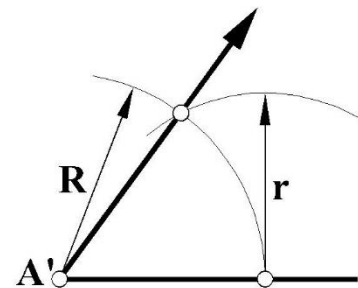


Рис. 5.4б. Побудова кута, що дорівнює даному



Метод триангуляції

Копіювання багатокутників

Для копіювання заданого багатокутника та його відтворення в іншому місці креслення існують кілька ефективних методів. Одними з найпоширеніших є методи триангуляції та координат, які дозволяють точно перенести форму багатокутника, зберігаючи його пропорції та орієнтацію.

Метод тріангуляції полягає в розбитті вихідної фігури на трикутні фрагменти. Це розбиття є зручним, оскільки трикутник є найпростішою геометричною фігурою, що дозволяє легко відтворити його в будь-якому іншому місці креслення. Після того, як багатокутник розбито на трикутники, кожен з них послідовно відтворюється на новому місці за допомогою тих самих методів, які використовуються для побудови кута, що дорівнює даному. Зокрема це передбачає визначення відповідних точок та побудову відрізків, що з'єднують ці точки.

Послідовне відтворення трикутників забезпечує точність копіювання вихідного багатокутника, зберігаючи всі його геометричні характеристики. Крім того, цей метод дозволяє уникнути накопичення помилок, які можуть виникнути під час перенесення більш складних багатокутників як єдиного цілого.

Метод координат також може бути використаний для копіювання багатокутника. Він полягає в обчисленні координат вершин багатокутника і їх перенесенні на нове місце креслення. Цей метод є особливо зручним, якщо необхідно перенести багатокутник на точне місце з дотриманням конкретних координат або якщо використовуються системи автоматизованого проєктування (САПР), де координати можна вводити безпосередньо в програмне забезпечення.

Застосування обох методів дає можливість забезпечити високу точність і коректність у виконанні креслень, що є важливим у практичній діяльності, пов'язаній з проєктуванням і моделюванням.

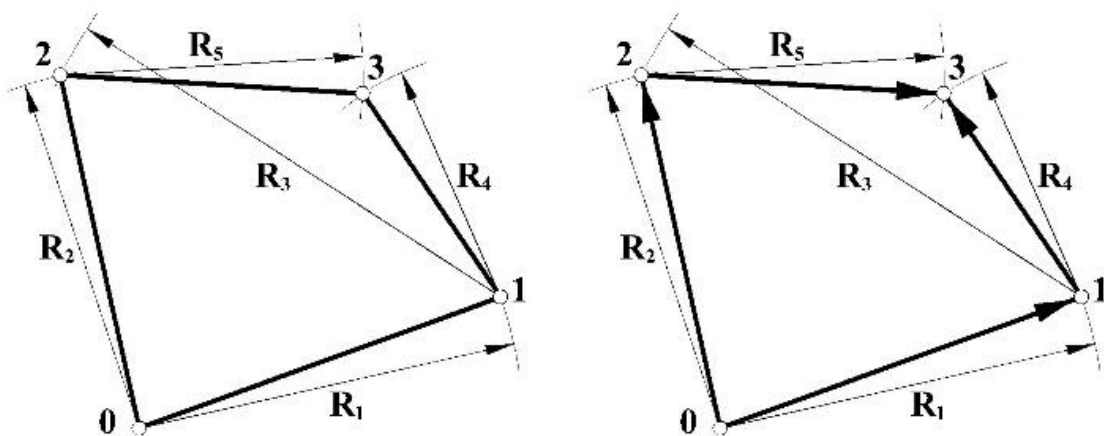


Рис. 5.5а. Метод тріангуляції

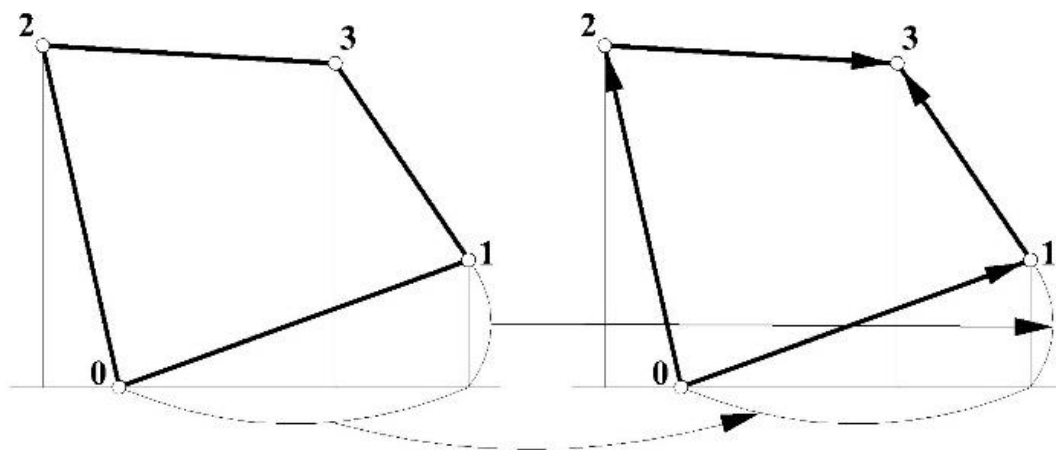


Рис. 5.56. Координатний метод

Поділ кола на рівні частини

Поділ кола на рівні частини є однією з основних задач у нарисній геометрії, яка може виконуватися за допомогою циркуля та лінійки. Хоча існують відносно прості методи, що дозволяють виконати цю операцію, вони мають свої обмеження і не завжди є очевидними для початківців. У складніших випадках, коли потрібна висока точність або коли потрібно розділити коло на велику кількість частин, рекомендується використовувати транспортир.

Найпростіші методи поділу кола за допомогою циркуля та лінійки базуються на побудові рівнобічних трикутників або шестикутників. Ці методи використовують властивості правильних багатокутників, вписаних у коло:

1. Поділ кола на 6 рівних частин:

- Побудова починається з того, що на колі відзначають одну точку, яка буде однією з вершин шестикутника.
- Використовуючи циркуль, з цієї точки відмічають дугу, рівну радіусу кола. Перетин дуги з колом дає наступну точку.
- Продовжуючи цей процес навколо всього кола, отримують шість рівновіддалених точок, які є вершинами правильного шестикутника.
- Після цього кожна дуга між двома суміжними вершинами шестикутника ділить коло на шість рівних частин.

2. Поділ кола на 4 рівні частини:

- Для поділу кола на 4 рівні частини використовується побудова перпендикулярних діаметрів. Спочатку проводять один діаметр, який розділяє коло на дві рівні частини.
- Потім, використовуючи центр кола, будують перпендикулярний до першого діаметра діаметр, який утворює чотири рівні дуги.

Для складніших випадків, коли необхідно розділити коло на більшу кількість рівних частин, наприклад на 7 або більше частин, або коли точність розподілу має вирішальне значення, застосування циркуля і лінійки може стати досить складним і трудомістким. У таких випадках використання транспортира дозволяє швидко і точно поділити коло на потрібну кількість частин, оскільки транспортер має відповідні градусні поділки, що дозволяють легко визначити точки розподілу.

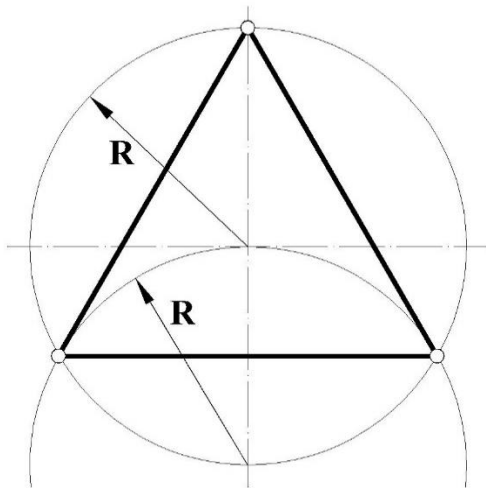


Рис. 5.6а. Побудова правильного вписаного трикутника

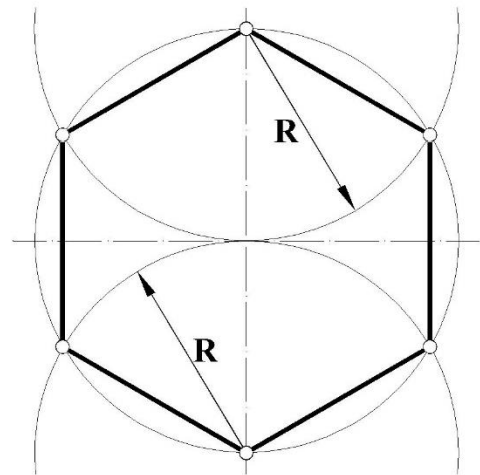


Рис. 5.6б. Побудова правильного вписаного шестикутника

Побудова коробових та лекальних кривих

Коробові та лекальні криві є важливими елементами контурної геометрії, які застосовуються для зображення таких складних кривих, як криві конічних перерізів, включаючи еліпси та овали. Побудова таких кривих вимагає знання їхніх основних властивостей та точного виконання побудов за допомогою циркуля, лінійки та інших креслярських інструментів.

Коробові криві складаються з кількох дуг кіл різних діаметрів, які плавно переходять одна в одну. Такі криві використовуються для побудови контурів, які не є простими колами, але в яких необхідно зберегти плавний перехід між сегментами різних радіусів.

Побудова коробових кривих полягає у таких кроках:

1. Визначення основних точок та центрів кривизни:

- Для побудови коробової кривої визначаються основні точки, через які проходить крива. Ці точки можуть бути обрані відповідно до вимог задачі або форми контуру.

- Потім встановлюються центри кривизни (центри дуг кіл), для яких розраховуються відповідні радіуси.

2. Побудова дуг:

- З визначених центрів проводяться дуги необхідних радіусів, які з'єднуються між собою у точках переходу.

- Ці точки переходу повинні бути ретельно розраховані, щоб забезпечити плавність переходу між дугами й уникнути гострих кутів на з'єднаннях.

Лекальні криві – це лінії, які мають постійно змінювану кривизну, тобто такі, у яких радіус кривизни змінюється вздовж лінії. Вони часто використовуються для побудови таких складних контурів, як еліпси або овали. Для побудови фрагмента овалу чи еліпса необхідно спочатку визначити їхні основні осі.

1. Задавання осей:

- Спочатку визначаються велика (AB) та мала (CD) осі кривої. Ці осі є центральними лініями симетрії еліпса або овалу і від них залежить форма кривої.

2. Побудова фрагмента кривої:

- За допомогою лекал (кривих лінійок) або інших інструментів виконується побудова фрагмента (чверті) овалу або еліпса.

- Цей фрагмент можна отримати шляхом побудови дуг кіл, що поступово змінюють свої радіуси або шляхом побудови лекальної кривої, яка природно з'єднує задані точки на основі осей.

- Інші частини фігури будують аналогічним чином або отримують шляхом дзеркального відображення вже побудованих частин.

Побудова коробових і лекальних кривих вимагає акуратності та розуміння геометричних властивостей цих ліній. У практичній діяльності такі криві широко використовуються у технічних кресленнях, дизайні, архітектурі та інших галузях, де важливо забезпечити точність та естетичність форм.

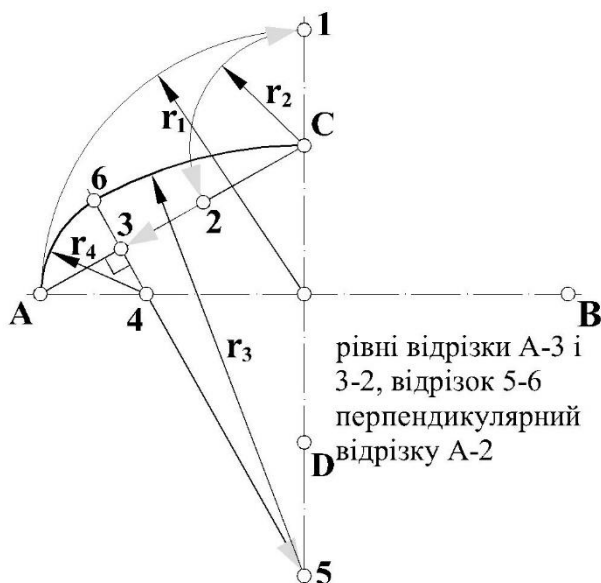


Рис. 5.7а. Побудова овалу

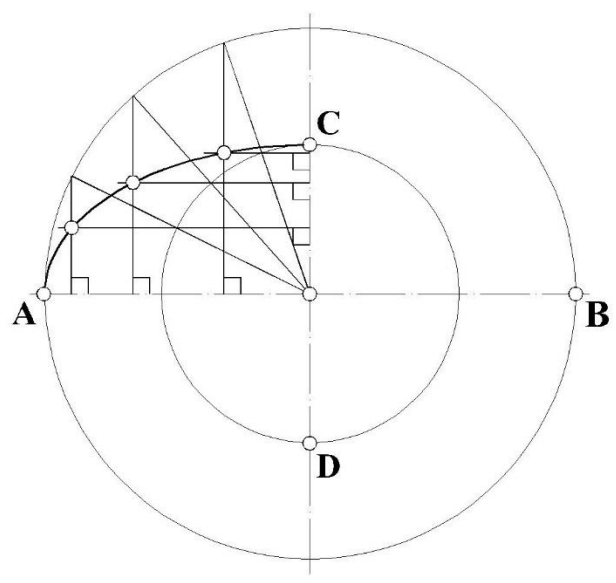


Рис. 5.7б. Побудова еліпса

5.2. ОФОРМЛЕННЯ КРЕСЛЕНЬ

Для уникнення непорозумінь, викликаних неправильною інтерпретацією графічної інформації, у технічному кресленні встановлено єдині, обов'язкові для всіх правила оформлення. Ці правила регламентуються *Єдиною системою конструкторської документації (ЄСКД)*, яка є стандартизованою системою вимог і містить понад сотню стандартів. Ці стандарти охоплюють різні аспекти креслення, від визначення ліній і шрифтів до способів позначення розмірів та допусків, забезпечуючи тим самим точність, уніфікованість і взаєморозуміння між фахівцями.

Під час навчального процесу вивчаються лише деякі положення ЄСКД. Акцент робиться на ті, які є найбільш необхідними для виконання конкретних графічних робіт, описаних у навчальному курсі. Здобувачі освіти знайомляться з такими основними вимогами щодо оформлення креслень, як:

- вибір і застосування типів ліній (суцільні, штрихові, пунктирні тощо);
- правила нанесення розмірів і їхніх допусків;
- способи позначення матеріалів та інших технічних характеристик.

Це знання є критично важливим для уникнення помилок у читанні креслень, а також для створення документів, що будуть зрозумілі іншим фахівцям. Правильне застосування стандартів ЄСКД забезпечує чіткість і однозначність інформації, що передається через креслення, що особливо важливо у виробничих процесах і у співпраці між різними відділами та компаніями.

Наприкінці вирішення завдання здобувачам вищої освіти пропонується застосувати набуті знання на практиці, оформивши робочий лист для виконання однієї з графічних робіт.

5.2.1. Формати

Розміри аркушів паперу, на яких виконуються креслення, повинні відповідати значенням, наведеним у табл. 5.1.

Таблиця 5.1

Позначення формату	A0	A1	A2	A3	A4
Сторони, мм	841x1189	594x841	420x594	297x420	210x297

Не важко помітити, що кожен наступний формат виходить із попереднього в результаті його «складування навпіл». Можливе використання інших (додаткових) форматів, проте здебільшого основних форматів (вказаних у таблиці) цілком достатньо.

За виконання описаних далі креслярських робіт слід використовувати формат **A4**. Папір вибирається щільний (на навчальних роботах, як правило, робиться багато виправлень). На кожен лист наноситься рамка, що обмежує поле креслення та основний напис, що містить інформацію про сутність та розробників документа. На рис. 5.8 показано приклад оформлення документа. Позначення креслення будуватиметься за такою схемою: ІКГ – «номер теми».«номер варіанта».«номер аркуша». Наприклад: ІКГ – 1.7.2.

5.2.2. Написи

Стандартом регламентуються параметри шрифтів, використовуваних для нанесення написів на креслення. Однак, враховуючи навчальний характер робіт, що описуються далі, і той факт, що на сьогодні для оформлення креслень широко використовується комп'ютерна техніка, від здобувачів освіти не вимагається жорстке дотримання цих стандартів. Потрібно, проте, намагатися, щоб написи були чіткими й акуратними, а форма букв і цифр була близька до запропонованої нижче:

А Б В Г Г Д Е Є Ж З И І Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ю Я

а б в г г д е є ж з и і й к л м н о п р с т у ф х ц ч ш щ ю я

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Написи розміщують паралельно сторонам формату. Вертикальний текст повинен нормально читатися після повороту аркуша на 90° *за годинниковою стрілкою*. У багатьох випадках написи доцільно розташовувати на виносних *лініях-поліцях* (див. приклад виконання першого графічного завдання).

5.2.3. Лінії

Для виконання навчальних робіт, що описуються далі, пропонується використовувати лінії таких типів (див. табл. 5.2).

Для виконання робочих креслень використовують формат **A4**, під час підготовки якого слід виконувати вимоги, зазначені у розділі 5.2.1.

Diagram illustrating the layout and dimensions of an A4 drawing template. The drawing area is defined by a large rectangle with a width of 20 units and a height of 35 units. Below the drawing area is a title block with a width of 20 units and a height of 35 units. The title block is divided into several sections:

- Top section:** Contains the text "Позначення креслення" (Drawing designation) and "Масштаб 1:1" (Scale 1:1).
- Bottom section:** Contains the text "Найменування креслення" (Drawing name) and "НФаУ Шифр групи" (Faculty Group Code).
- Author/Reviewer section:** Divided into two rows. The first row contains "Виконав" (Author), "Прізвище" (Surname), "Підпис" (Signature), and "Дата" (Date). The second row contains "Перевірив" (Reviewer), "Прізвище" (Surname), "Підпис" (Signature), and "Дата" (Date).

Dimensions are indicated by arrows and numbers:

- Width of drawing area: 20
- Height of drawing area: 35
- Width of title block: 20
- Height of title block: 35
- Width of author/reviewer section: 20
- Height of author/reviewer section: 10
- Width of drawing name section: 35
- Height of drawing name section: 10
- Width of scale section: 15
- Height of scale section: 5

Рис. 5.8. Оформлення креслення формату А4 рамкою та основним написом

Таблиця 5.2

Найменування	Зображення	Товщина	Призначення
Суцільна товста основна		$s = 0,5 \div 1,4 \text{ мм}$	Видимий контур предмета, перерізу, лінії рамки
Суцільна тонка		$s/3 \div s/2$	Допоміжні та виносні лінії, лінії зв'язку, штрихування
Суцільна хвиляста		$s/3 \div s/2$	Лінії обриву
Штрихова		$s/3 \div s/2$	Невидимий контур (довжина штриха 2-8 мм, інтервалу – 1-2 мм)
Штрихпунктирна		$s/3 \div s/2$	Осі симетрії, центрові лінії (штрих – 5-30 мм, інтервал – 3-5 мм)

5.3. КОМПЛЕКСНЕ КРЕСЛЕННЯ ТОЧКИ

У ході цього завдання здобувач освіти знайомиться з використовуваною системою позначень, специфічною термінологією і загальними принципами побудови креслення.

З цією метою аналізуються приклади комплексних і просторових креслень кількох конкретних точок.

5.3.1. Точка загального положення

Для побудови просторового креслення необхідно використовувати такі умови:

- вздовж осей x і z одна клітина відповідає 5 мм;
- вісь y нахилена під кутом 45° ;
- вздовж осі y діагональ однієї клітини відповідає 10-ти мм.

Приклад побудови просторового та комплексного креслення точки **A** з координатами $x = 10$, $y = 20$ і $z = 15$ мм:

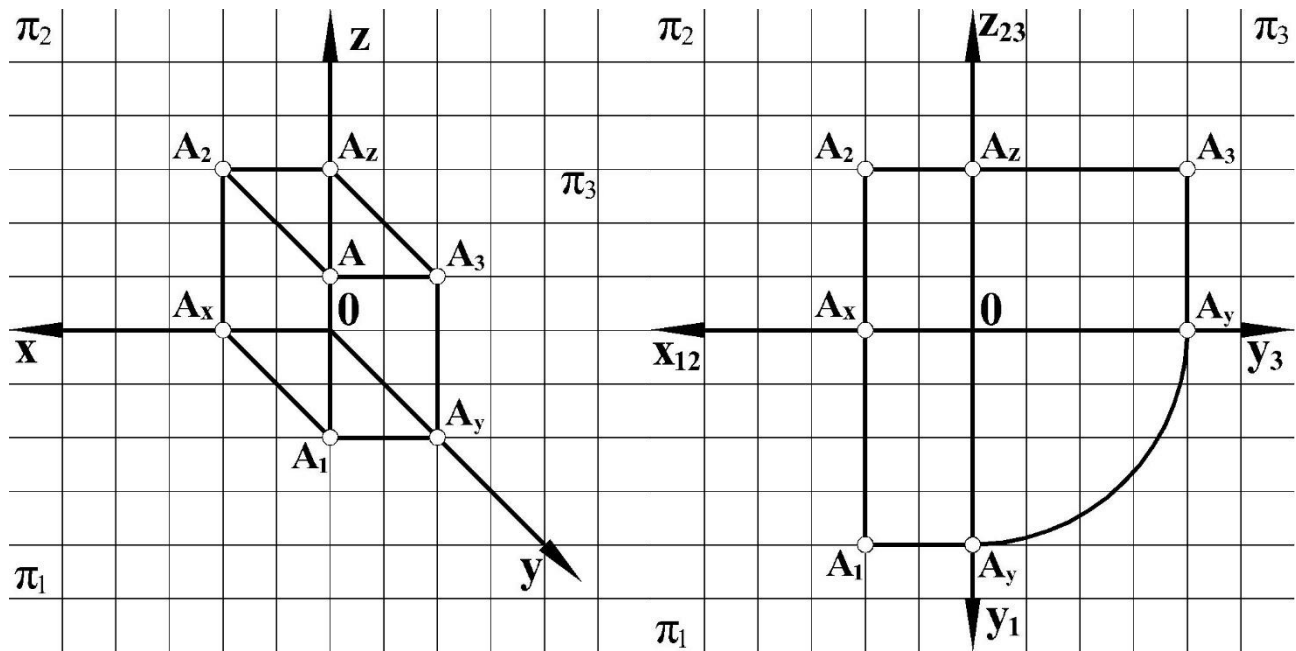


Рис. 5.9. Побудова точки **A** з додатними координатами

Приклад побудови просторового та комплексного креслення точки **B** з координатами $x = -10$, $y = -10$ і $z = 15$ мм:

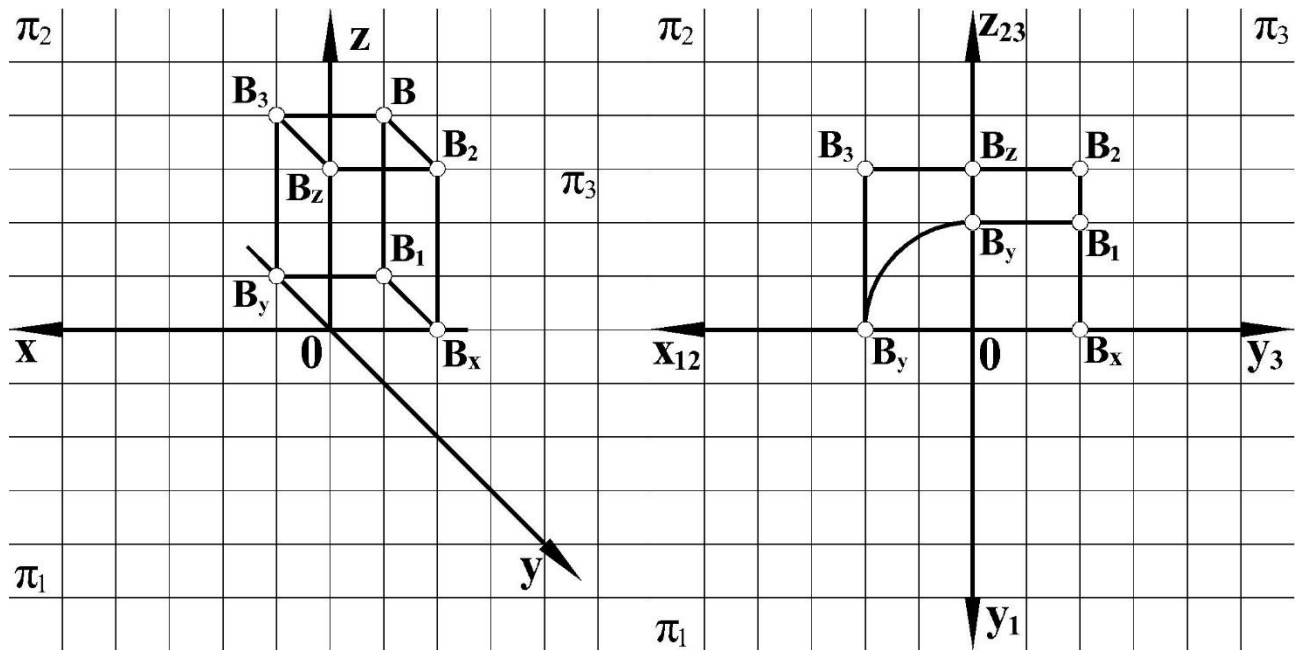


Рис. 5.10. Побудова точки **B** з від'ємними координатами

5.3.2. Точки особливого положення

Приклад побудови комплексного креслення точок **C**, **D** і **E**, що лежать у горизонтальній, фронтальній та профільній площинах. Координати точок (**x**, **y**, **z**): **C**(5, 10, 0), **D**(10, 0, 15), **E**(0, 20, 25):

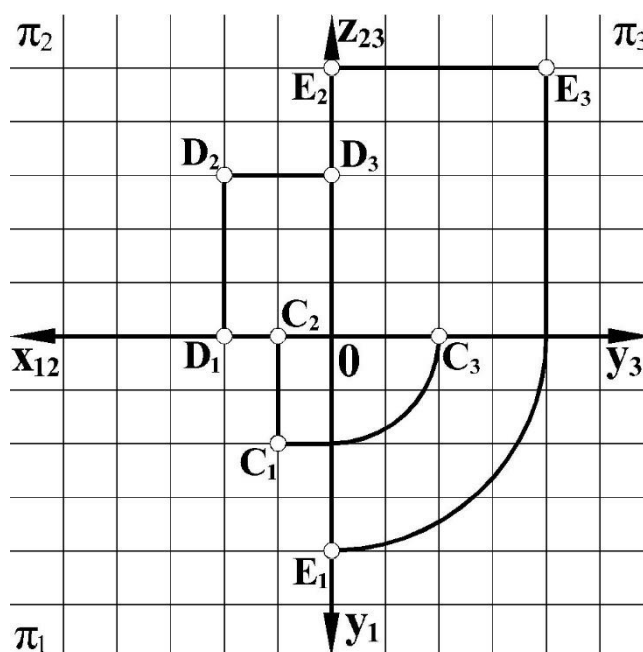


Рис. 5.11. Комплексне креслення точок особливого положення

5.3.3. Перетворення комплексного креслення точки

Використовуючи креслення і коментарі розділу 2.2.2, необхідно перетворити комплексне креслення точки **A** (див. підрозд. 3.3.1) із системи площин проєкцій π_1 і π_2 у систему π_1 і π_4 . Положення площини π_4 вибирається здобувачем освіти самостійно.

5.4. КОМПЛЕКСНЕ КРЕСЛЕННЯ ВІДРІЗКА ПРЯМОЇ

Головна мета завдання – набуття навичок побудови і впізнання на кресленні прямих різного виду, а також визначення їхніх основних кількісних характеристик (натуральної величини і кута нахилу). Здобувачам освіти пропонується, спираючись на матеріал, викладений у теоретичній частині, вирішити кілька практичних завдань.

5.4.1. Пряма загального положення

Для побудови прямої загального положення, необхідно виконати такі дії:

1. Побудувати просторове і комплексне креслення відрізка **AB** за заданими координатами його кінців, наприклад, **A**(10, 20, 20), **B**(15, 5, 5). Просторове і комплексне креслення будуть схожі на ті, які зображені на рис. 3.3.
2. Побудувати комплексне креслення відрізка **CD**, якщо його кінці задані координатами **C**(15, 20, 5), **D**(5, -10, -15).
3. Визначити натуральну величину і кути нахилу до площин проєкцій відрізка **AB** з першого завдання (вирішення показано на рис. 5.12). Вирішити аналогічне завдання для іншого, довільно заданого відрізка загального положення.
- 4.

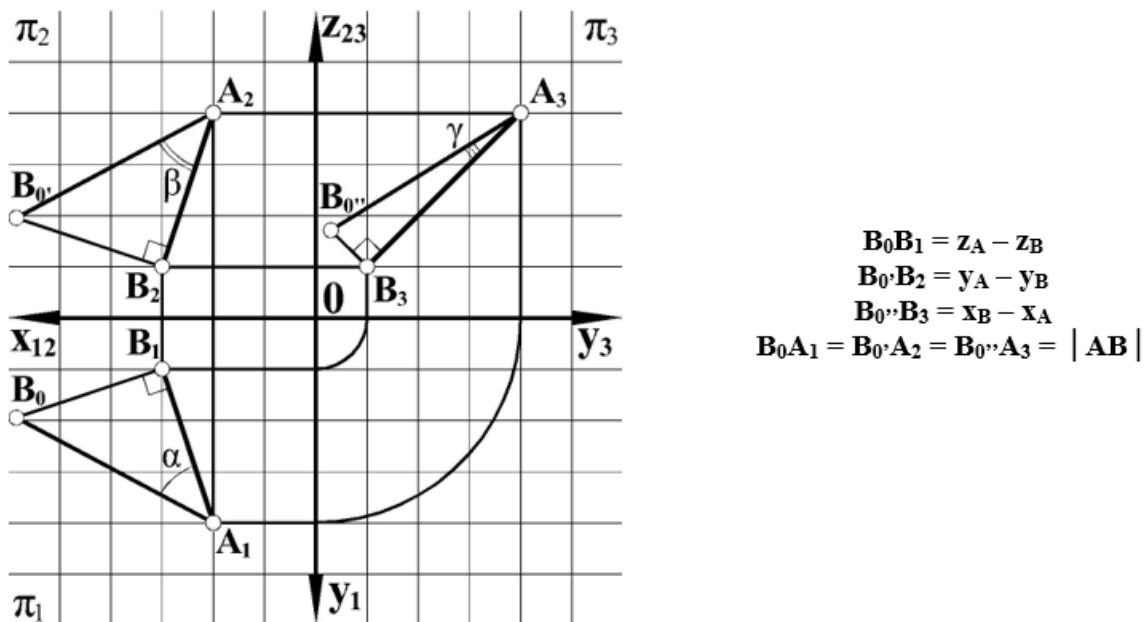


Рис. 5.12. Визначення натуральної величини відрізка та кутів його нахилу

5. Побудувати комплексний креслення відрізка загального положення, нахиленого до **а)** горизонтальної, **б)** фронтальної, **в)** профільної площини під кутом 30° .
6. Побудувати комплексне креслення відрізка загального положення, натуральна величина якого дорівнює 30 мм.
7. Побудувати три сліди заданої прямої загального положення. Приклад подібного розв'язання задачі показано на рис. 5.13. Розв'язати подібну задачу для відрізка, орієнтованого будь-яким іншим способом.
8. Побудувати для прямої **AB** (завдання 1) **а)** паралельну їй пряму, **б)** пряму, що перетинається, **в)** пряму, що схрещується.

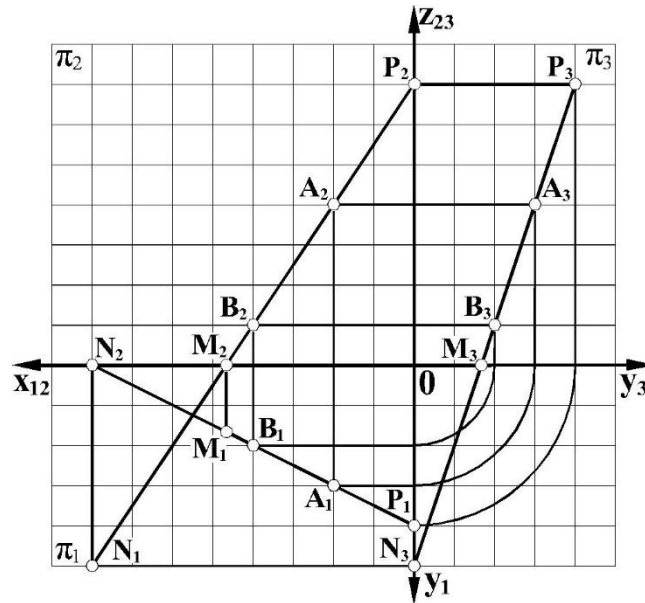


Рис. 5.13. Сліди прямої на площинах проєкцій

5.4.2. Пряма особливого положення

Для побудови прямої особливого положення необхідно виконати такі дії:

1. Побудувати просторове та комплексне креслення *горизонталі АВ, фронталі CD та профільної прямої EF*, враховуючи, що координати точок **A**, **C** та **E** задані: **A**(10, 20, 20), **C**(15, 5, 5), **E**(20, 10, 15) (див. рис. 3.5–3.7).
2. Побудувати комплексне креслення лінії рівня, нахиленої до **а)** *горизонтальної*, **б)** *фронтальної*, **в)** *профільної* площини під кутом 30° .
3. Побудувати комплексне креслення **а)** *горизонталі*, **б)** *фронталі*, **в)** *профільної прямої*, натуральна величина якої дорівнює 20 мм.
4. Знайти і позначити *сліди* прямих, побудованих під час вирішення попереднього завдання.
5. Побудувати просторове і комплексне креслення *горизонтально проєкційних, фронтально-проєкційних і профільно-проєкційних* прямих, що проходять через точку **A** (10, 10, 10) (див. рис. 3.8–3.10).
6. Знайти і позначити *сліди* прямих, побудованих під час вирішення попереднього завдання.
7. Визначити натуральну величину і кути нахилу до площин проєкцій відрізків, побудованих під час вирішення завдань 1, 2 і 5.

5.5. КОМПЛЕКСНЕ КРЕСЛЕННЯ ПЛОЩИНИ

Головна мета завдання – набуття навичок побудови та розпізнавання площин різного типу, визначення кутів їхнього нахилу, пошук точок зустрічі прямих із площинами та ліній перетину площин.

5.5.1. Площина особливого положення

Для побудови площини особливого положення необхідно виконати такі дії:

1. Побудувати комплексне креслення **а)** *горизонтально-проєкційної*, **б)** *фронтально-проєкційної* і **в)** *профільно-проєкційної* площин, які проходять через точку $A(10, 15, 20)$.
2. Побудувати комплексне креслення **а)** *горизонтальної*, **б)** *фронтальної* та **в)** *профільної* площин, що проходять через точку $C(15, 10, 20)$.
3. Визначити кути нахилу до площин проєкцій площин, побудованих під час виконання першого завдання.
4. Знайти *точку зустрічі* довільно заданих **а)** *горизонталі*, **б)** *фронтально-проєкційної прямої* і **в)** *прямої загального положення* з площинами, побудованими під час виконання попередніх завдань. Визначити ділянки «видимості – невидимості» для аналізованих прямих.
5. Побудувати лінію перетину двох *горизонтально-проєкційних* площин, заданих **а)** *своїми слідами*, **б)** *прямими, що перетинаються*.

5.5.2. Площина загального положення

Для побудови площини загального положення необхідно виконати такі дії:

1. Побудувати комплексне креслення площин загального положення, які проходять через точку $B(20, 15, 10)$ і заданої **а)** *прямою і точкою*, **б)** *двома прямими, що перетинаються*, **в)** *двома паралельними прямими*, **г)** *своїми слідами*.
2. Побудувати комплексне креслення точки, розташованої на одній з побудованих площин.
3. Знайти *точку зустрічі* довільно заданих **а)** *фронталі*, **б)** *горизонтально-проєкційної прямої* і **в)** *прямої загального положення* з площинами, побудованими під час виконання попереднього завдання. Визначити ділянки «видимості – невидимості» для цих прямих.
4. На побудованих площинах провести по одній *горизонталі*, *фронталі* та *профільній прямій*.

5.6. КОМПЛЕКСНЕ КРЕСЛЕННЯ ПОВЕРХНІ

Головна мета завдання – підготовка до виконання *першого* графічного завдання. Під керівництвом викладача будуються комплексні креслення простих багатогранників і тіл обертання (обираються такі оригінали, для яких є навчальні моделі). Повторюються критерії, за якими можна оцінити положення прямої в просторі. Вивчається порядок побудови розгортки поверхонь за допомогою методу *триангуляції*.

Детально аналізується приклад готового рішення, після чого відповідно до індивідуального завдання виконується перша графічна робота.

5.7. ПЕРЕТИН ПЛОЩИН

Головна мета завдання – підготовка до виконання *другого* графічного завдання. Під керівництвом викладача будуються комплексні креслення ліній перетину таких площин (заданих своїми *слідами*):

- горизонтальна і фронтальна;
- горизонтально-проєкційна і фронтально-проєкційна;
- фронтально-проєкційна і загального положення;
- двох площин загального положення.

Ті самі завдання вирішуються для площин, заданих *прямими, що перетинаються, або трикутниками*.

Докладно аналізується приклад готового креслення та послідовність його побудови.

Відповідно до індивідуального завдання виконується друга графічна робота.

5.8. ПЕРЕТИН ПОВЕРХНІ ПЛОЩИНОЮ

Головна мета завдання – підготовка до виконання *третього* графічного завдання. Під керівництвом викладача будуються комплексні креслення ліній перетину:

- циліндра та фронтально-проєкційної площини;
- конуса та горизонтально-проєкційної площини;
- правильної призми та профільно-проєкційної площини.

Для кожного з цих варіантів будується переріз у натуральну величину. Докладно аналізується приклад готового креслення та послідовність його побудови. Відповідно до індивідуальних завдань виконується третя графічна робота.

5.9. АКСОНОМЕТРИЧНА ПРОЄКЦІЯ

Головна мета завдання – підготовка до виконання *четвертого* графічного завдання. Під керівництвом викладача будуються комплексні креслення ліній перетину:

- двох *правильних* трикутних призм, осі яких є *горизонтально- і фронтально-проєкційними* прямими, що перетинаються;
- двох *циліндричних* поверхонь, осі яких є *горизонтально- і фронтально-проєкційними* прямими, що перетинаються;
- конуса та *циліндра*, що має *профільно-проєкційну* вісь.

Докладно аналізується приклад готового креслення та послідовність його побудови.

Відповідно до індивідуального завдання виконується четверта графічна робота.

6. КОМПЕТЕНТНОСТІ ТА ЗАПЛАНОВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

У результаті навчання здобувач вищої освіти повинен набути ґрунтовні знання та практичні навички, необхідні для подальшого ефективного застосування у професійній діяльності.

Здобувач вищої освіти повинен знати:

- основні терміни, визначення та основоположні концепції нарисної геометрії, що містить такі поняття, як проєкції, геометричні примітиви та їхні властивості;
- детальні методики, які дозволяють з високою точністю відновлювати на комплексному кресленні відсутні проєкції заданих об'єктів, що важливо для точного та коректного відображення просторових об'єктів на площині;
- загальні принципи формування плоских зображень просторових фігур, враховуючи правила проєкційного відображення, що забезпечують коректне відображення форми та розмірів об'єктів;
- основні погодження та норми, яких необхідно дотримуватися під час виконання креслярських робіт, включаючи вимоги до точності, масштабування, та розташування елементів на кресленнях;
- методи вирішення інженерно-геометричних задач у системах автоматизованого проєктування (САПР), що полягає у застосуванні сучасних програмних засобів для моделювання та аналізу просторових об'єктів;
- правила виконання креслень деталей і складальних одиниць з урахуванням сучасних світових, державних і відомчих стандартів, що забезпечує відповідність креслярської документації чинним нормам та вимогам.

Здобувач вищої освіти повинен вміти:

- правильно інтерпретувати креслення, аналізувати інформацію, подану у вигляді геометричних зображень, та з легкістю визначати, які просторові об'єкти є на площині;
- самостійно створювати комплексні креслення різних геометричних примітивів, таких як точки, лінії, площини, а також більш складних промислових деталей та графічних схем, використовуючи при цьому необхідні інструменти та програмне забезпечення;
- застосовувати отримані знання у практичній діяльності, створюючи креслення, що відповідають вимогам технічної документації та стандартам якості.

Здобувач вищої освіти повинен володіти:

- методом графічного відображення просторових об'єктів на площині, відомим як метод проєкціювання, що дозволяє з високою точністю переносити тривимірні об'єкти у двовимірний простір;
- технологіями геометричного та комп'ютерного моделювання просторових об'єктів, що містять використання сучасних САПР для створення та аналізу тривимірних моделей, а також для генерації необхідних креслень і технічної документації.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бобров, Ю. А. Нарисна геометрія і комп'ютерна графіка: навчальний посібник / Ю. А. Бобров, В. О. Корольков. – Харків: ХНУРЕ, 2015. – 276 с.
2. Борисенко, А. П. Комп'ютерні методи в нарисній геометрії / А. П. Борисенко, Л. І. Яковенко // Наукові записки Національного університету «Острозька академія». – 2019. – № 11. – С. 67–74.
3. Глушко, А. О. Комп'ютерна графіка як інструмент вивчення нарисної геометрії / А. О. Глушко // Комп'ютерні технології в освіті. – 2019. – № 4. – С. 128–135.
4. Зайченко, В. І. Використання новітніх технологій в навчанні нарисної геометрії / В. І. Зайченко // Освіта і наука. – 2021. – № 3. – С. 54–62.
5. Зарубіна, Т. Г. Методичні основи викладання нарисної геометрії з використанням інтерактивних технологій / Т. Г. Зарубіна // Вісник Київського національного університету. Серія: Інженерія та технології. – 2019. – № 4. – С. 98–106.
6. Зубарєва, Т. П. Нарисна геометрія як основа інженерної графіки / Т. П. Зубарєва // Технічні науки. – 2022. – № 7. – С. 70–78.
7. Зубко, Ю. М. Використання анімаційних технологій у викладанні нарисної геометрії / Ю. М. Зубко // Наукові праці ЧДТУ. – 2022. – № 3. – С. 93–99.
8. Зубова, Н. В. Комп'ютерні моделі в навчанні нарисної геометрії: перспективи та виклики / Н. В. Зубова // Інноваційні технології в освіті. – 2020. – № 6. – С. 72–80.
9. Карпенко, В. І. Використання новітніх комп'ютерних технологій у навчанні нарисної геометрії / В. І. Карпенко // Вісник Київського національного університету технологій та дизайну. Серія: Педагогіка, психологія. – 2021. – № 2. – С. 72–80.
10. Коваль, А. І. Нарисна геометрія і комп'ютерне моделювання: Нові методики навчання / А. І. Коваль // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Серія: Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – 2020. – № 5. – С. 56–64.
11. Ковальчук, В. П. Адаптація традиційних методів викладання нарисної геометрії до цифрового середовища / В. П. Ковальчук // Наукові записки Київського університету. Серія: Інженерія. – 2022. – № 3. – С. 66–73.
12. Козак, О. В. Використання технології 3D-друку для навчання нарисної геометрії / О. В. Козак, Ю. В. Сидоренко // Новітні технології в освіті. – 2021. – № 7. – С. 34–42.
13. Кравець, О. М. Проблеми та перспективи викладання нарисної геометрії в умовах сучасних технологій / О. М. Кравець, Л. О. Іванова // Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки. – 2020. – № 12. – С. 47–54.
14. Кравченко, В. С. Використання графічних редакторів у навчанні нарисної геометрії / В. С. Кравченко // Графіка та дизайн. – 2021. – № 3. – С. 93–102.
15. Кравченко, П. М. Інноваційні методи навчання нарисної геометрії: з досвіду викладання / П. М. Кравченко // Вісник Київського національного університету будівництва та архітектури. – 2018. – № 14. – С. 53–61.
16. Лебедев, І. В. Мультимедійні технології у викладанні нарисної геометрії / І. В. Лебедев // Вісник НТУУ «КПІ». Серія: Інженерна освіта. – 2020. – № 6. – С. 77–85.

17. Леонов, В. М. Використання віртуальних лабораторій у викладанні нарисної геометрії / В. М. Леонов // Освітні технології і суспільство. – 2022. – № 7. – С. 123–132.
18. Литвиненко, М. В. Сучасні тенденції розвитку нарисної геометрії в технічних університетах / М. В. Литвиненко, О. М. Дробіт // Вісник Харківського національного університету будівництва та архітектури. – 2020. – № 12. – С. 21–28.
19. Ляшенко, В. П. Використання технологій доповненої реальності в навчанні нарисної геометрії / В. П. Ляшенко, О. М. Петрова // Інженерна освіта. – 2023. – № 2. – С. 89–97.
20. Мартиненко, І. В. Методичні підходи до викладання нарисної геометрії в умовах змішаного навчання / І. В. Мартиненко // Педагогічний дискурс. – 2022. – № 19. – С. 98–105.
21. Мельничук, О. П. Сучасні методи вивчення нарисної геометрії для інженерних спеціальностей / О. П. Мельничук, Ю. В. Золотарев // Інженерна освіта. – 2020. – № 1. – С. 45–53.
22. Миколаєнко, А. П. Новітні підходи до викладання нарисної геометрії в умовах дистанційного навчання / А. П. Миколаєнко, І. С. Коваль // Вісник освіти України. – 2022. – № 2. – С. 42–49.
23. Морозова, О. В. Інноваційні методи навчання нарисної геометрії у вищих навчальних закладах / О. В. Морозова // Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія: Педагогіка, психологія, філософія. – 2021. – № 2. – С. 113–119.
24. Петренко, О. В. Використання 3D-програм для покращення просторового мислення в нарисній геометрії / О. В. Петренко // Графічні науки. – 2021. – № 3. – С. 88–96.
25. Петров, М. С. Вплив сучасних інформаційних технологій на викладання нарисної геометрії / М. С. Петров, О. В. Гришин // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2018. – № 2. – С. 128–136.
26. Промислова технологія лікарських засобів : базовий підручник для студентів вищ. навч. фармац. закладу (фармац. ф-тів) / Є. В. Гладух та ін. ; за ред. Є. В. Гладуха, В. І. Чуєшова. Вид. 2-ге, випр. та допов. – Харків : НФаУ : Новий світ 2000. – 2018. – 486 с.
27. Савченко, Н. М. Сучасні підходи до вивчення нарисної геометрії з використанням інформаційних технологій / Н. М. Савченко // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Серія: Комп'ютерні науки. – 2022. – № 9. – С. 103–110.
28. Сидоренко, І. О. Нові підходи до викладання нарисної геометрії в умовах цифрових технологій / І. О. Сидоренко // Вісник інженерної освіти. – 2018. – № 2. – С. 34–41.
29. Тимченко, О. В. Нарисна геометрія: Теорія і практика / О. В. Тимченко, І. О. Сидоренко. – Одеса: ОНПУ, 2017. – 220 с.
30. Трутаєв С. І., Кухтенко О. С., Сайко І. В. Термінологічний словник з належних фармацевтичних практик. – Харків : НФаУ, 2023. – 67 с.
31. Brown, J. L. Using Interactive Software to Teach Descriptive Geometry / J. L. Brown, A. M. Wilson // Computers & Education. – 2021. – Vol. 160. – P. 10-42.
32. Brown, J. S. The Role of Descriptive Geometry in Modern Engineering / J. S. Brown // Engineering Science and Technology, an International Journal. – 2017. – Vol. 20(1). – P. 293–301.

33. Brown, M. T. The Role of Spatial Reasoning in Descriptive Geometry Education / M. T. Brown // *Journal of Geometry and Graphics*. – 2020. – Vol. 24(2). – P. 129–139.
34. Evans, K. L. Application of Augmented Reality in Descriptive Geometry Education / K. L. Evans, D. M. Roberts // *IEEE Transactions on Learning Technologies*. – 2019. – Vol. 12(3). – P. 326–335.
35. Evans, K. L. The Integration of Descriptive Geometry with Modern Engineering Tools / K. L. Evans, J. T. Brooks // *Engineering Design Graphics Journal*. – 2017. – Vol. 81(3). – P. 45–55.
36. Evans, T. C. The Influence of CAD on Descriptive Geometry Education / T. C. Evans, P. L. Morrison // *International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research*. – 2019. – Vol. 8(4). – P. 513–521.
37. Garcia, F. A. Innovations in Descriptive Geometry Education / F. A. Garcia, L. H. Martinez // *International Journal of Engineering Education*. – 2020. – Vol. 36(5). – P. 1501–1510.
38. Garcia, L. H. Virtual Reality as a Teaching Tool in Descriptive Geometry / L. H. Garcia, F. A. Rodriguez // *Journal of Educational Computing Research*. – 2022. – Vol. 60(1). – P. 101–115.
39. Garcia, P. R. The Impact of Virtual Reality on Learning Descriptive Geometry / P. R. Garcia, F. A. Martinez // *Computers & Education*. – 2023. – Vol. 180. – P. 14–43.
40. Gonzalez, C. A. Visualization Techniques in Descriptive Geometry / C. A. Gonzalez, R. M. Alvarado // *International Journal of Technology and Design Education*. – 2018. – Vol. 28(2). – P. 335–349.
41. Hernandez, M. L. Exploring New Methods in Descriptive Geometry Education / M. L. Hernandez, K. L. Evans // *International Journal of Engineering Education*. – 2023. – Vol. 39(1). – P. 67–78.
42. Hernandez, P. R. Integrating 3D Printing in Descriptive Geometry Courses / P. R. Hernandez // *Journal of Engineering Design and Technology*. – 2021. – Vol. 19(4). – P. 690–701.
43. Jackson, P. R. The Evolution of Descriptive Geometry in Contemporary Engineering Education / P. R. Jackson, K. T. O'Brien // *European Journal of Engineering Education*. – 2017. – Vol. 42(5). – P. 635–647.
44. Jackson, P. R. The Role of Descriptive Geometry in Architectural Education / P. R. Jackson, M. E. Johnson // *Journal of Architectural Engineering*. – 2021. – Vol. 27(1). – P. 40–48.
45. Jacobs, P. T. Analyzing the Impact of Descriptive Geometry on Modern CAD Systems / P. T. Jacobs // *Journal of Industrial Design and Engineering Graphics*. – 2022. – Vol. 13(2). – P. 141–150.
46. Johnson, L. R. Using Online Platforms to Teach Descriptive Geometry during the Pandemic / L. R. Johnson, S. M. Nguyen // *International Journal of Online Engineering*. – 2021. – Vol. 17(10). – P. 56–64.
47. Johnson, M. E. Advanced Techniques in Descriptive Geometry for Engineering Students / M. E. Johnson // *Engineering Education Today*. – 2016. – Vol. 24(3). – P. 45–58.

48. Johnson, R. A. Enhancing Descriptive Geometry with 3D Printing / R. A. Johnson, T. W. Adams // *International Journal of Mechanical Engineering Education*. – 2020. – Vol. 48(4). – P. 425–436.
49. Johnson, R. A. Integrating Digital Tools in Descriptive Geometry Education / R. A. Johnson, L. R. Williams // *Journal of Educational Technology*. – 2020. – Vol. 52(5). – P. 527–536.
50. Jones, M. A. 3D Modeling and Descriptive Geometry in Engineering Curricula / M. A. Jones, S. P. Lewis // *Journal of Engineering Technology*. – 2020. – Vol. 37(2). – P. 112–120.
51. Kim, S. J. Interactive Learning Modules for Descriptive Geometry / S. J. Kim, M. T. Nguyen // *Educational Technology Research and Development*. – 2016. – Vol. 64(4). – P. 695–710.
52. Martinez, L. H. A Comparative Study of Traditional and Digital Approaches in Descriptive Geometry / L. H. Martinez, J. C. Brown // *Journal of Engineering Education Transformations*. – 2019. – Vol. 32(3). – P. 250–260.
53. Martinez, L. H. Innovations in 3D Visualization for Descriptive Geometry / L. H. Martinez, F. A. Garcia // *Journal of Engineering Design and Technology*. – 2021. – Vol. 19(4). – P. 720–733.
54. Müller, J. Descriptive Geometry in the Context of Digital Fabrication / J. Müller, F. J. Schneider // *Automation in Construction*. – 2019. – Vol. 104. – P. 184–194.
55. Nguyen, M. T. Integrating Virtual Reality in Descriptive Geometry Courses / M. T. Nguyen, S. J. Kim // *International Journal of Educational Technology in Higher Education*. – 2022. – Vol. 19. – P. 10–22.
56. Nguyen, M. T. The Role of Visualization in Descriptive Geometry for Engineering Students / M. T. Nguyen, S. J. Kim // *Journal of Engineering Education*. – 2023. – Vol. 112(2). – P. 178–190.
57. Nguyen, T. P. Blending Traditional and Digital Learning in Descriptive Geometry / T. P. Nguyen, S. J. Kim // *Education and Information Technologies*. – 2022. – Vol. 27(5). – P. 6517–6530.
58. Roberts, D. M. Computational Approaches in Descriptive Geometry / D. M. Roberts, K. L. Evans // *Computers & Graphics*. – 2014. – Vol. 45. – P. 23–31.
59. Rodriguez, F. A. The Future of Descriptive Geometry in Engineering Education / F. A. Rodriguez, P. T. Jacobs // *Engineering Science and Technology*. – 2023. – Vol. 30(2). – P. 261–271.
60. Rodriguez, F. R. Teaching Descriptive Geometry through Digital Platforms / F. R. Rodriguez, J. P. Lin // *Journal of STEM Education: Innovations and Research*. – 2019. – Vol. 20(2). – P. 34–45.
61. Rodriguez, J. L. Innovations in the Teaching of Descriptive Geometry Using CAD Software / J. L. Rodriguez, M. T. Nguyen // *Journal of Engineering and Applied Sciences*. – 2021. – Vol. 66(6). – P. 453–460.
62. Singh, R. Bridging Traditional and Digital Descriptive Geometry / R. Singh, P. R. Hernandez // *Advances in Engineering Education*. – 2020. – Vol. 8(4). – P. 88–99.

63. Singh, R. Descriptive Geometry and Its Applications in Contemporary Design / R. Singh, P. T. Jacobs // Journal of Industrial and Systems Engineering. – 2018. – Vol. 14(2). – P. 92–102.
64. Smith, A. B. Descriptive Geometry for Architects and Engineers / A. B. Smith // Journal of Architectural Education. – 2023. – Vol. 77(1). – P. 104–113.
65. Smith, B. K. Enhancing Descriptive Geometry with Augmented Reality Tools / B. K. Smith // Journal of Virtual Reality and Broadcasting. – 2021. – Vol. 18(3). – P. 298–309.
66. Smith, J. P. Enhancing Spatial Reasoning in Descriptive Geometry Courses / J. P. Smith, T. J. Wilson // Journal of Engineering Design. – 2020. – Vol. 32(1). – P. 134–145.
67. Smith, J. T. Descriptive Geometry: A Digital Approach / J. T. Smith, A. W. Brooks // Computer-Aided Design and Applications. – 2017. – Vol. 14(1). – P. 76–85.
68. Smith, J. T. Exploring the Use of Game-Based Learning in Descriptive Geometry / J. T. Smith, A. R. Wilson // Interactive Learning Environments. – 2022. – Vol. 30(4). – P. 678–689.
69. Smith, T. J. Utilizing CAD Software for Teaching Descriptive Geometry / T. J. Smith // Journal of Technical Education and Training. – 2021. – Vol. 13(1). – P. 113–125.
70. Thompson, R. Modern Descriptive Geometry: Theory and Application / R. Thompson, J. Carter // Journal of Geometry and Graphics. – 2015. – Vol. 19(2). – P. 123–137.
71. Williams, L. R. A Case Study on the Use of Augmented Reality in Descriptive Geometry Courses / L. R. Williams // Journal of Engineering Education. – 2019. – Vol. 108(2). – P. 179–191.
72. Williams, L. R. Enhancing Spatial Visualization Skills in Descriptive Geometry / L. R. Williams // Advances in Engineering Education. – 2018. – Vol. 7(3). – P. 76–86.
73. Williams, L. R. Teaching Descriptive Geometry with Virtual Reality / L. R. Williams // Computer Applications in Engineering Education. – 2022. – Vol. 30(2). – P. 432–444.
74. Wilson, A. R. Descriptive Geometry in the Digital Age: Challenges and Opportunities / A. R. Wilson // International Journal of Educational Research. – 2018. – Vol. 93. – P. 72–83.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ	3
ВСТУП.....	4
1. ЗНАЧЕННЯ ІНЖЕНЕРНОЇ ТА КОМП'ЮТЕРНОЇ ГРАФІКИ В РОБОТІ МАЙБУТНЬОГО ІНЖЕНЕРА	6
1.1. Інженерна та комп'ютерна графіка у фармації та біотехнології.....	6
1.1.1. Проектування фармацевтичного і біотехнологічного обладнання	6
1.1.2. Проектування технологічних процесів	6
1.1.3. Впровадження інноваційних технологій	7
1.1.4. Виробництво упаковки та маркування.....	7
1.1.5. Контроль якості	7
1.1.6. Підготовка документації.....	7
1.1.7. Дотримання регуляторних вимог	8
1.1.8. Освіта та навчання фахівців	8
1.2. Що обрати – комп'ютерну програму чи ватман?	8
1.2.1. Спільні риси використання інженерної та комп'ютерної графіки.....	8
1.2.2. Відмінності між інженерною та комп'ютерною графікою	9
1.2.3. Взаємозв'язок між ручним кресленням і комп'ютерними програмами	10
1.2.4. Сучасні тенденції в роботі інженера та розробника	10
1.3. Основні комп'ютерні програми (застосунки), що використовуються в інженерній графіці.....	11
1.4. Інженерна та комп'ютерна графіка – передумови для майбутнього розвитку і нових знань	16
1.4.1. Інженерна графіка як основа для проектування.....	16
1.4.2. Геометрія як фундамент для технологічності та конструювання	17
1.4.3. Проектування та технологічність	17
1.4.4. Конструювання та розроблення обладнання	18
1.4.5. Вплив на навчання майбутніх інженерів	18
2. ПРОЄКЦІЙНИЙ МЕТОД	19
2.1. Основний принцип методу проєкцій	19
2.2. Ключові поняття.....	20
2.3. Властивості проєкційного методу	22
2.4. Види проєкціювання	24
2.5. Проєкціювання на площині координат	25

3. КОМПЛЕКСНЕ КРЕСЛЕННЯ	28
3.1. Комплексне креслення точки.....	28
3.1.1. Побудова комплексного креслення точки	29
3.1.2. Перетворення комплексного креслення точки.....	30
3.2. Комплексне креслення прямої.....	32
3.2.1. Побудова комплексного креслення прямої	32
3.2.2. Положення прямої у просторі.....	33
3.2.3. Взаємне положення прямих	40
3.2.4. Визначення величини та кута нахилу відрізка	42
3.3. Комплексне креслення площини.....	43
3.3.1. Сліди площини	43
3.3.2. Розташування площини у просторі	44
3.3.3. Точка і пряма у площині.....	49
3.3.4. Головні (особливі) лінії площини.....	50
3.3.5. Взаємне положення прямої та площини	50
3.3.6. Перетин двох площин	52
3.4. Комплексне креслення геометричного тіла.....	53
3.4.1. Поверхні, сформовані площинами	54
3.4.2. Поверхні обертання.....	55
3.4.3. Перетин поверхні площиною	56
3.4.4. Перетин поверхонь.....	59
4. АКСОНОМЕТРИЧНІ ПРОЄКЦІЇ	60
4.1. Властивості, види та особливості побудови аксонометричних проєкцій	60
4.2. Прямокутна ізометрична проєкція	62
5. ПРОЦЕС ПОБУДОВИ ЕЛЕМЕНТІВ ГРАФІЧНИХ СКЛАДОВИХ	64
5.1. Підготовка до роботи.....	64
5.1.1. Креслярські інструменти, матеріали та приладдя.....	64
5.1.2. Найпростіші креслярські операції	65
5.1.3. Найпростіші геометричні побудови	66
5.2. Оформлення креслень.....	71
5.2.1. Формати.....	71
5.2.2. Написи	72
5.2.3. Лінії.....	72

5.3. Комплексне креслення точки.....	74
5.3.1. Точка загального положення.....	74
5.3.2. Точки особливого положення	76
5.3.3. Перетворення комплексного креслення точки.....	76
5.4. Комплексне креслення відрізка прямої	76
5.4.1. Пряма загального положення.....	77
5.4.2. Пряма особливого положення.....	78
5.5. Комплексне креслення площини.....	79
5.5.1. Площина особливого положення.....	79
5.5.2. Площина загального положення.....	79
5.6. Комплексне креслення поверхні.....	80
5.7. Перетин площин.....	80
5.8. Перетин поверхні площиною.....	80
5.9. Аксонометрична проєкція	81
6. КОМПЕТЕНТНОСТІ ТА ЗАПЛАНОВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ	82
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ	84

Самостійне електронне навчальне видання

Кухтенко Олександр Сергійович

Безрукавий Євген Андрійович

Пуляєв Денис Сергійович

ІНЖЕНЕРНА ТА КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА

У 2-х частинах

ЧАСТИНА 1

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

Редакторка *Н. І. Голубєва*

Комп'ютерне верстання *О. М. Білинської*

Формат 60 × 90/8. Ум. друк. арк. 11,5.

Національний фармацевтичний університет
вул. Григорія Сковороди, 53, м. Харків, 61002

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи серії ДК № 3420 від 11.03.2009.